

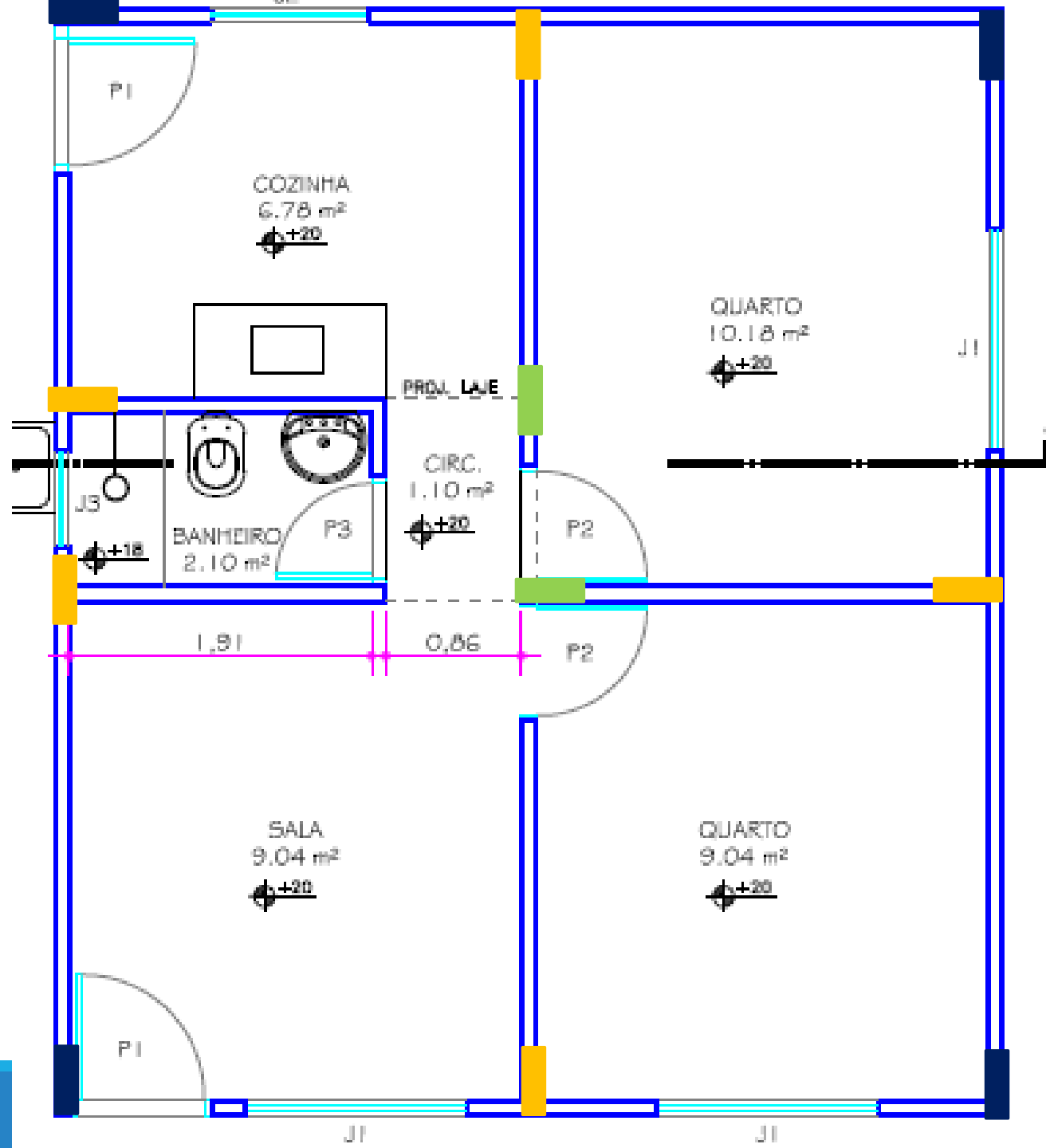
Pilares de extremidade

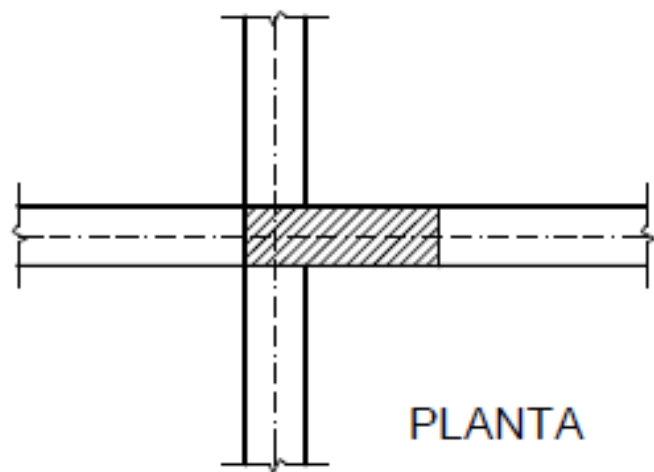
PROF. MSC PATRÍCIA ANDRADE

Pilares de canto

Pilares de extremidade

Pilares internos

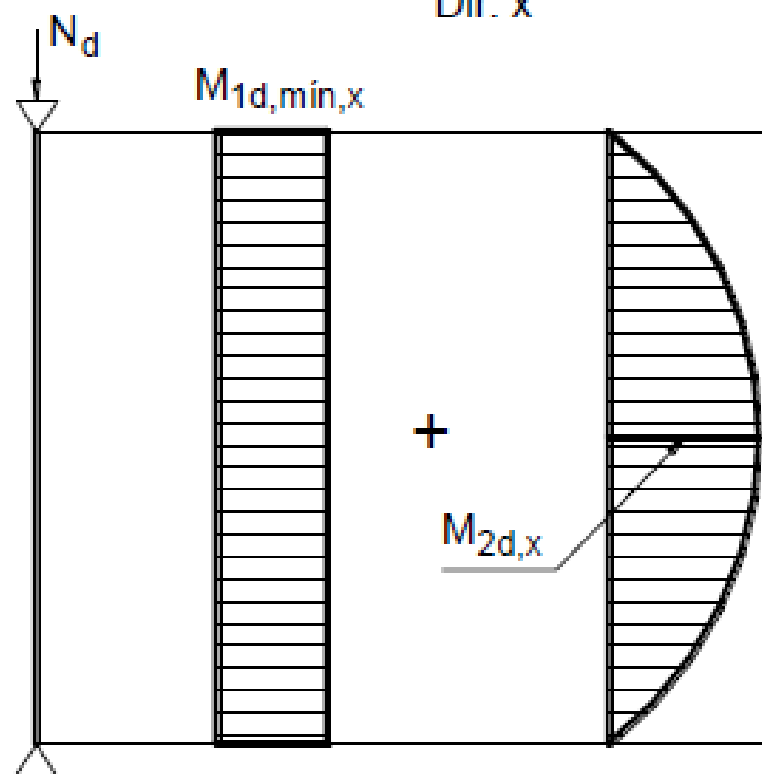




PLANTA

Dir. x

Dir. y



$M_{1d,min,x}$

$M_{1d,min,y}$

+

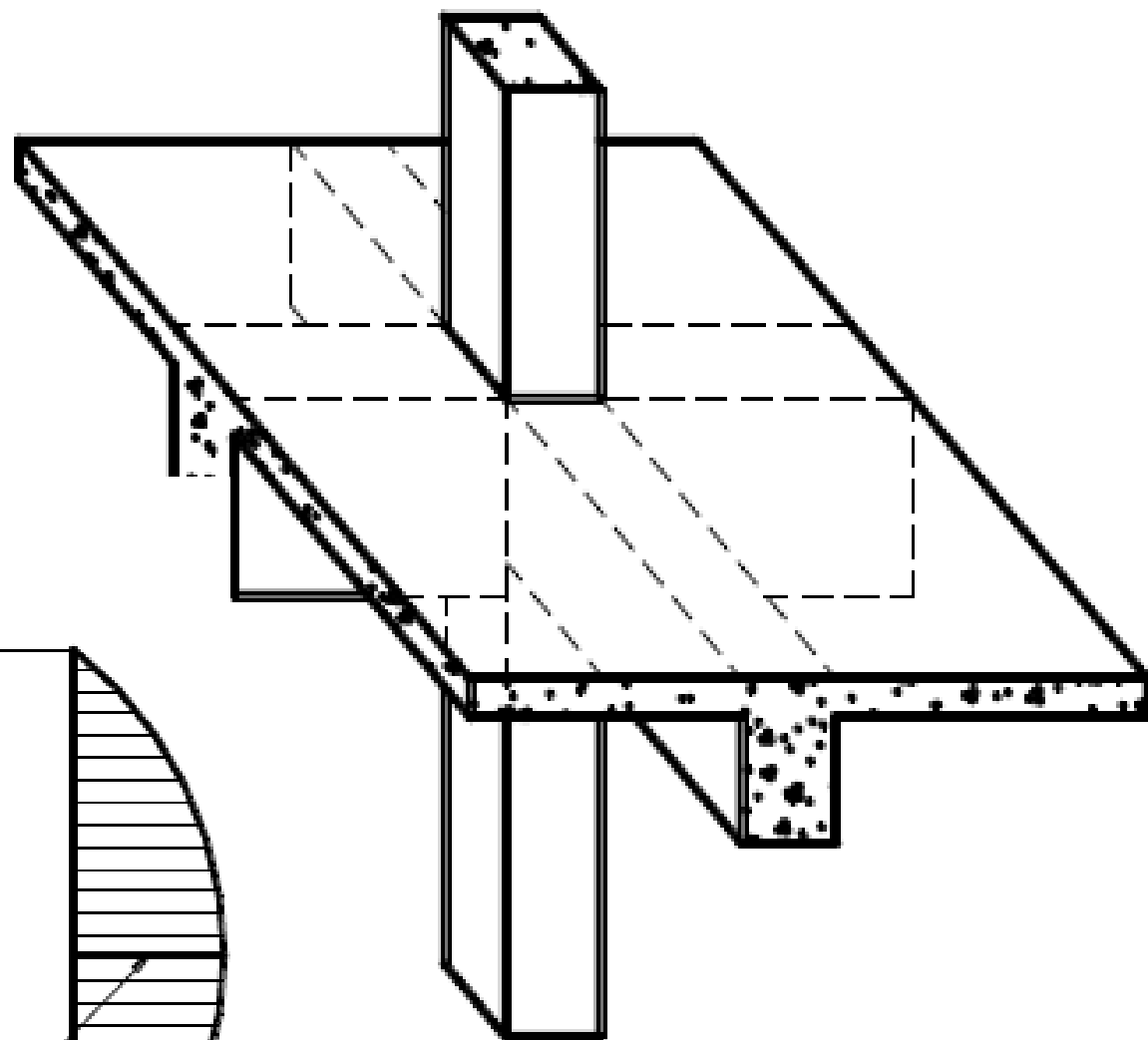
$M_{2d,x}$

+

$M_{2d,y}$

$$M_{d,tot,x} = M_{1d,min,x} + M_{2d,x}$$

$$M_{d,tot,y} = M_{1d,min,y} + M_{2d,y}$$



Tipos de pilares em projetos

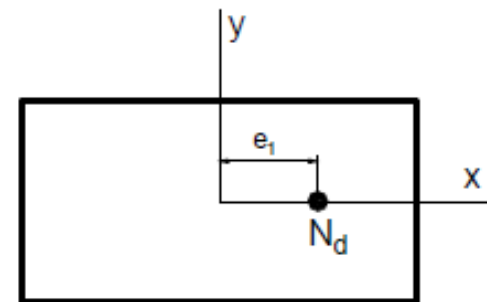
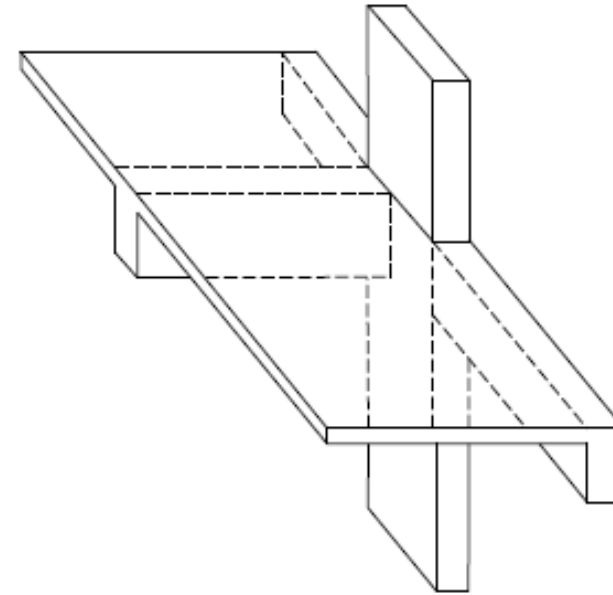
Pilar de extremidade

de modo geral, encontram-se posicionados nas **bordas das edificações**

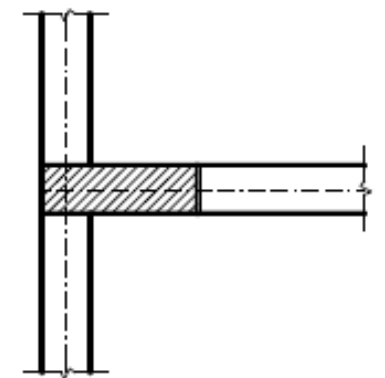
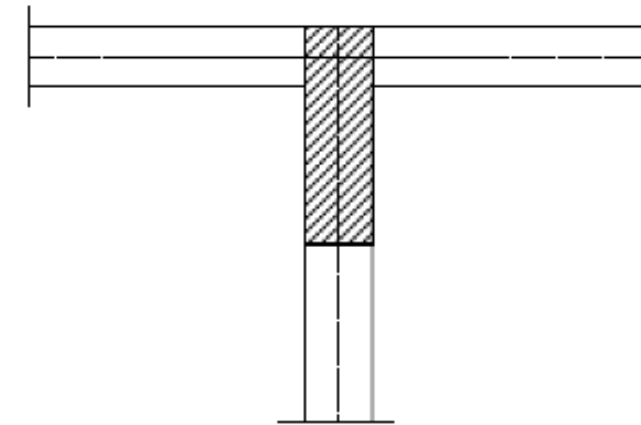
também chamados pilares laterais ou de borda

pilar ser extremo para uma viga, aquela que não tem continuidade sobre o pilar

não ocorre necessariamente na borda da edificação, ou seja, pode ocorrer na zona interior de uma edificação, desde que uma viga não apresente continuidade no pilar



SITUAÇÃO DE PROJETO



PLANTA

Tipos de pilares em projetos

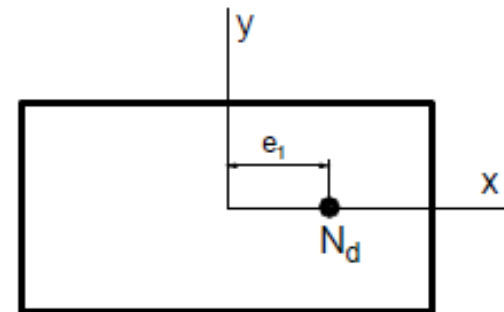
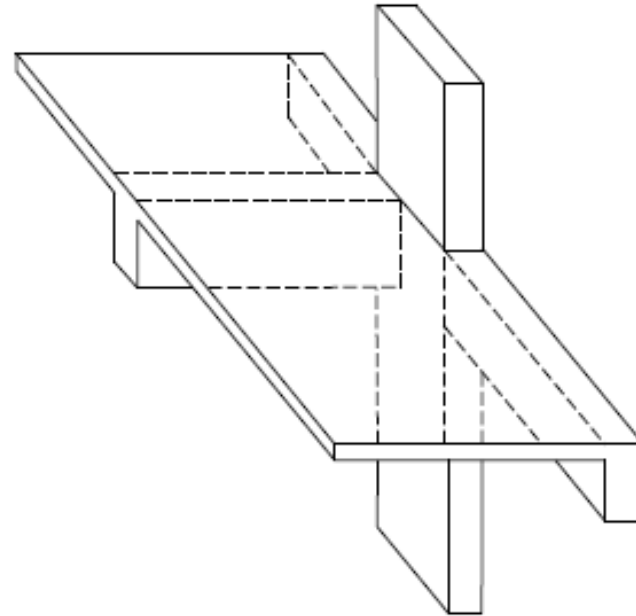
Pilar de extremidade

flexão composta normal, decorrente da não continuidade da viga

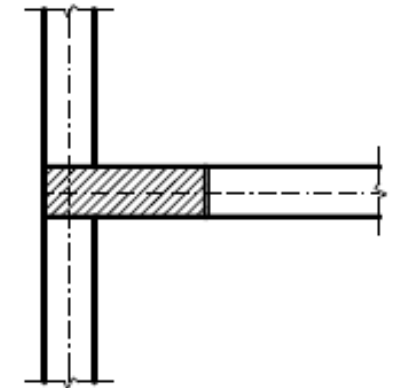
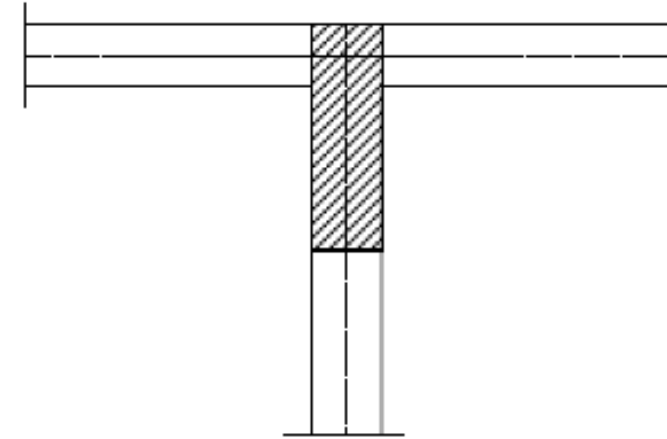
Nas seções de topo e base ocorrem **excentricidades e_1 de 1ª ordem**, na direção principal x ou y do pilar:

$$e_1 = \frac{M}{N}$$

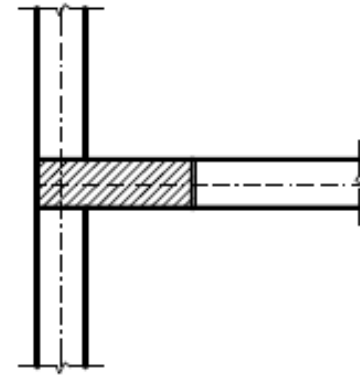
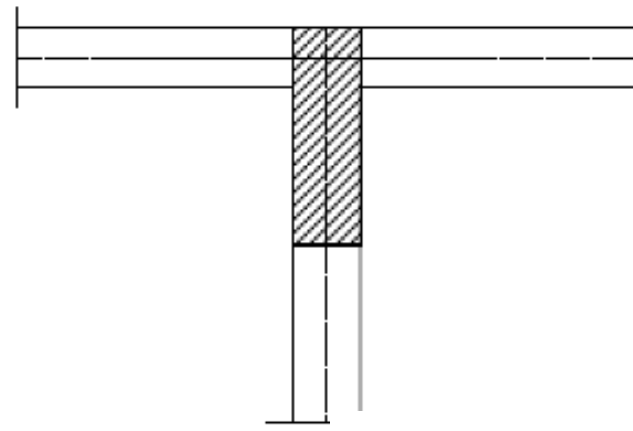
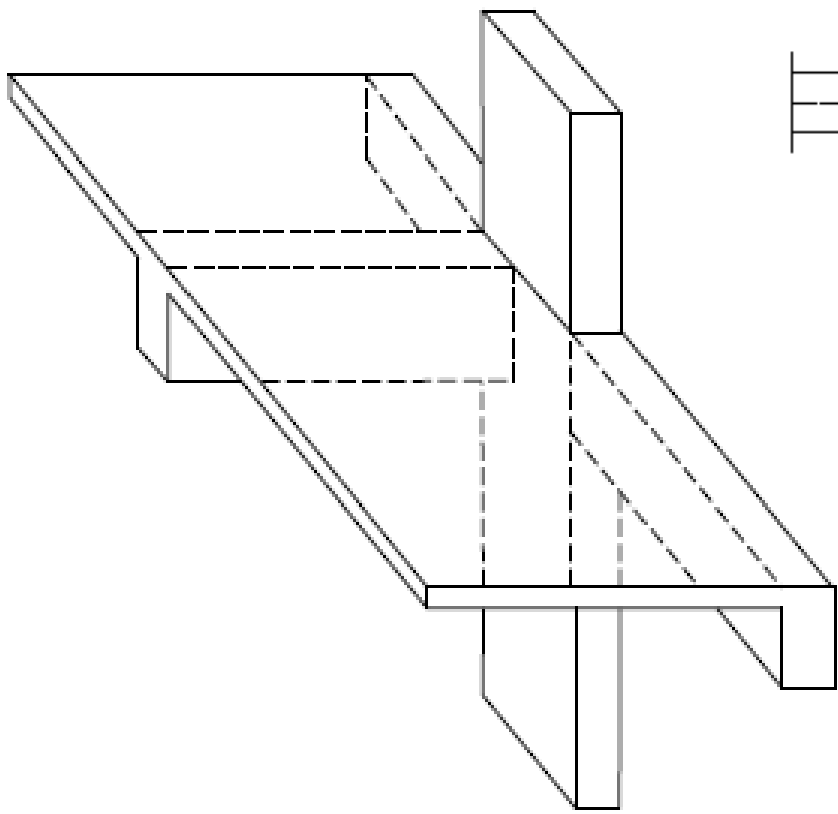
onde M pode ser o momento fletor MA ou MB, e N a força normal de compressão



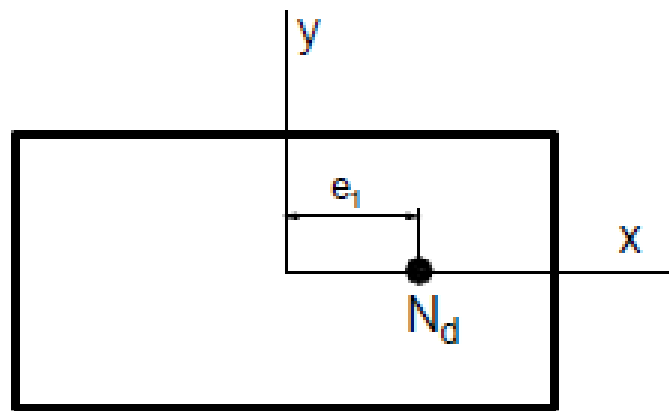
SITUAÇÃO DE PROJETO



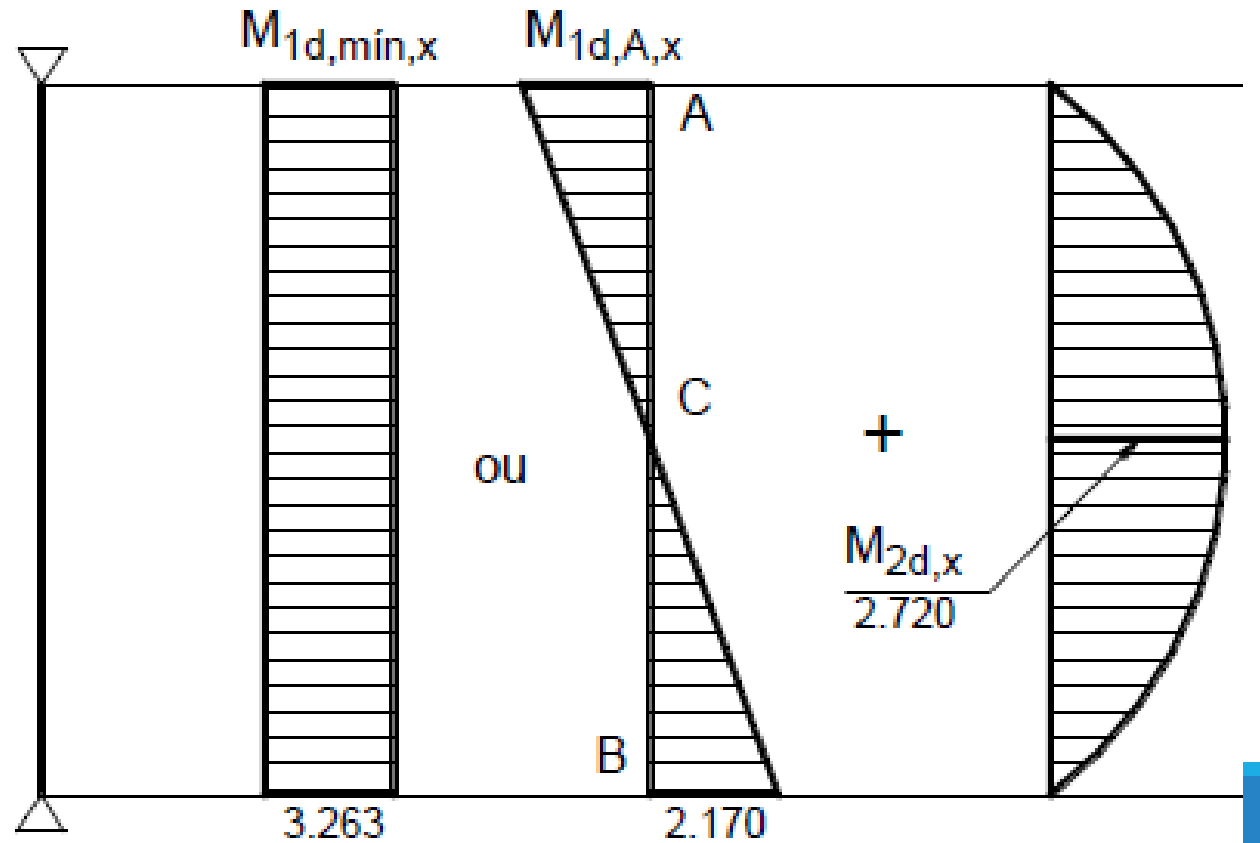
PLANTA



PLANTA



SITUAÇÃO DE PROJETO



Momentos MA e MB

São provenientes da **ligação da viga não contínua sobre o pilar**, e obtidos calculando-se os pilares em conjunto com as vigas, formando pórticos planos ou espaciais

$$M_{\text{inf}} = M_{\text{eng}} \frac{r_{\text{inf}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}}$$

$$M_{\text{sup}} = M_{\text{eng}} \frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{viga}}}$$

M_{eng} = momento fletor de engastamento perfeito na ligação entre a viga e o pilar;

$r = I/\ell$ = índice de rigidez relativa;

I = momento de inércia da seção transversal do pilar na direção considerada;

ℓ = vão efetivo do tramo adjacente da viga ao pilar extremo, ou comprimento de flambagem do pilar.



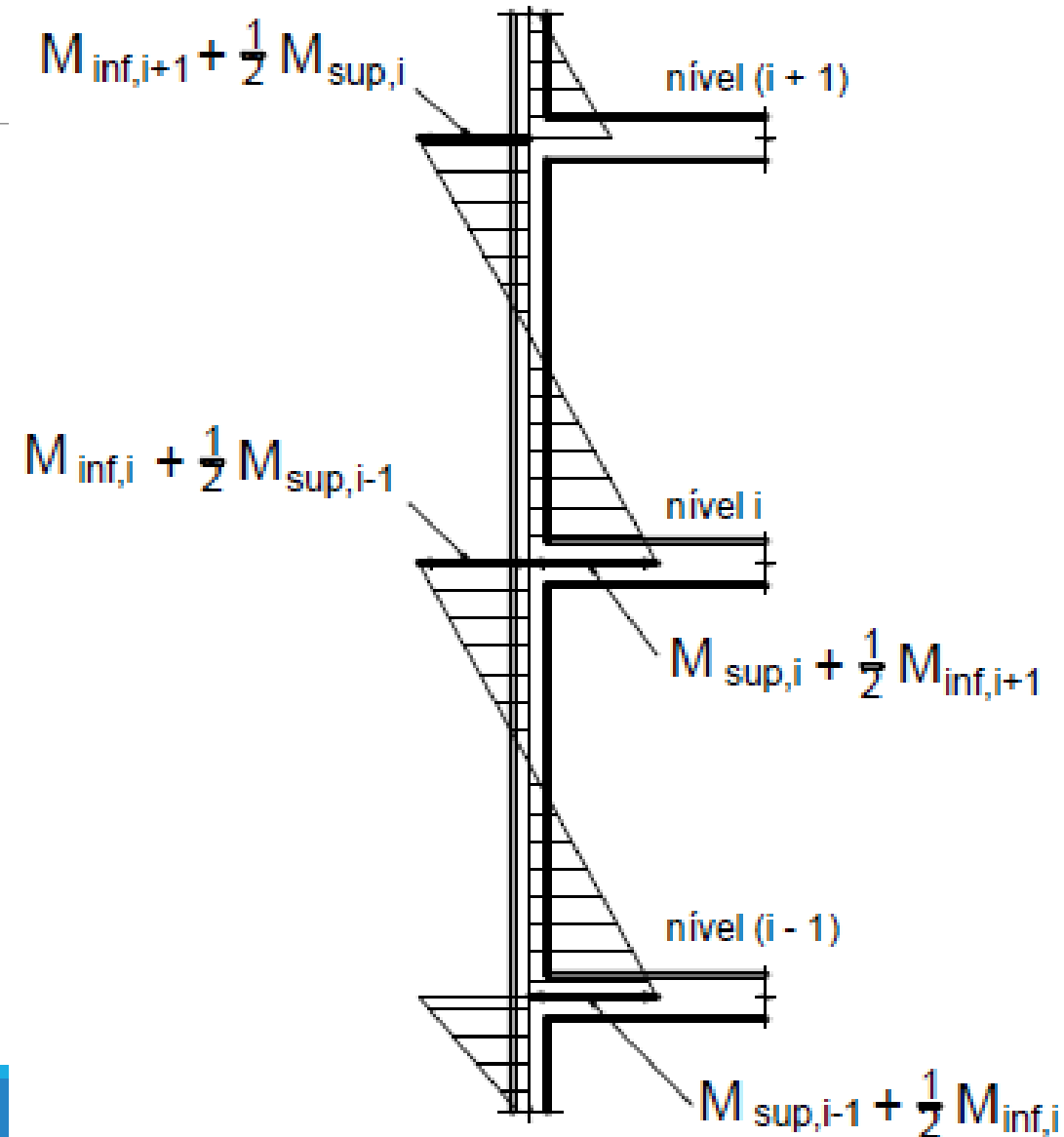
Momentos MA e MB

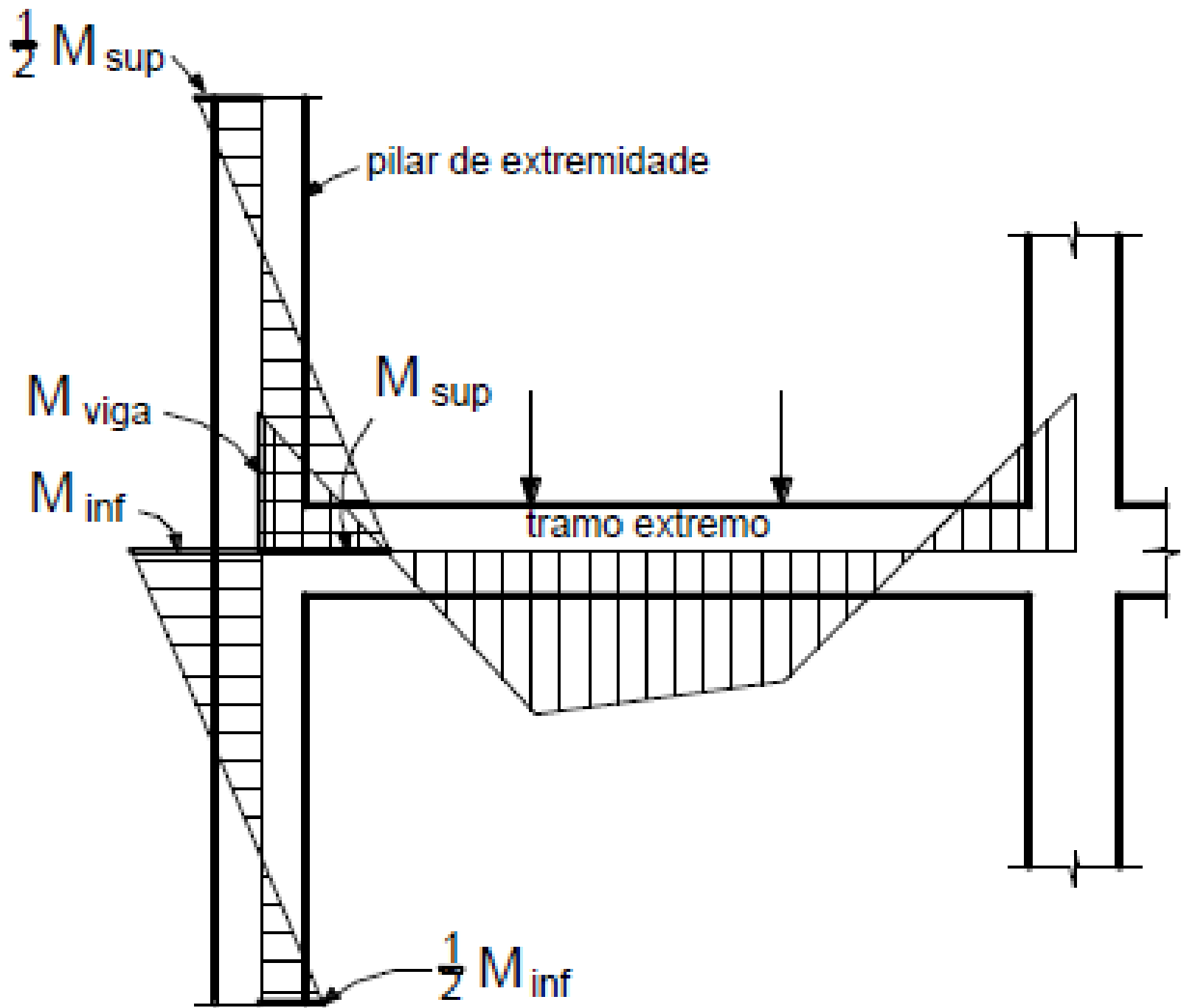
momentos fletores de 1ª ordem que ocorrem nos pilares de edifícios de pavimentos deve-se considerar a superposição dos efeitos das vigas dos diferentes níveis

os momentos fletores na base e no topo do lance de um pilar compreendido entre os pavimentos i e $i + 1$:

$$M_{\text{base}} = M_{\text{sup},i} + 0,5 M_{\text{inf},i+1}$$

$$M_{\text{topo}} = M_{\text{inf},i+1} + 0,5 M_{\text{sup},i}$$



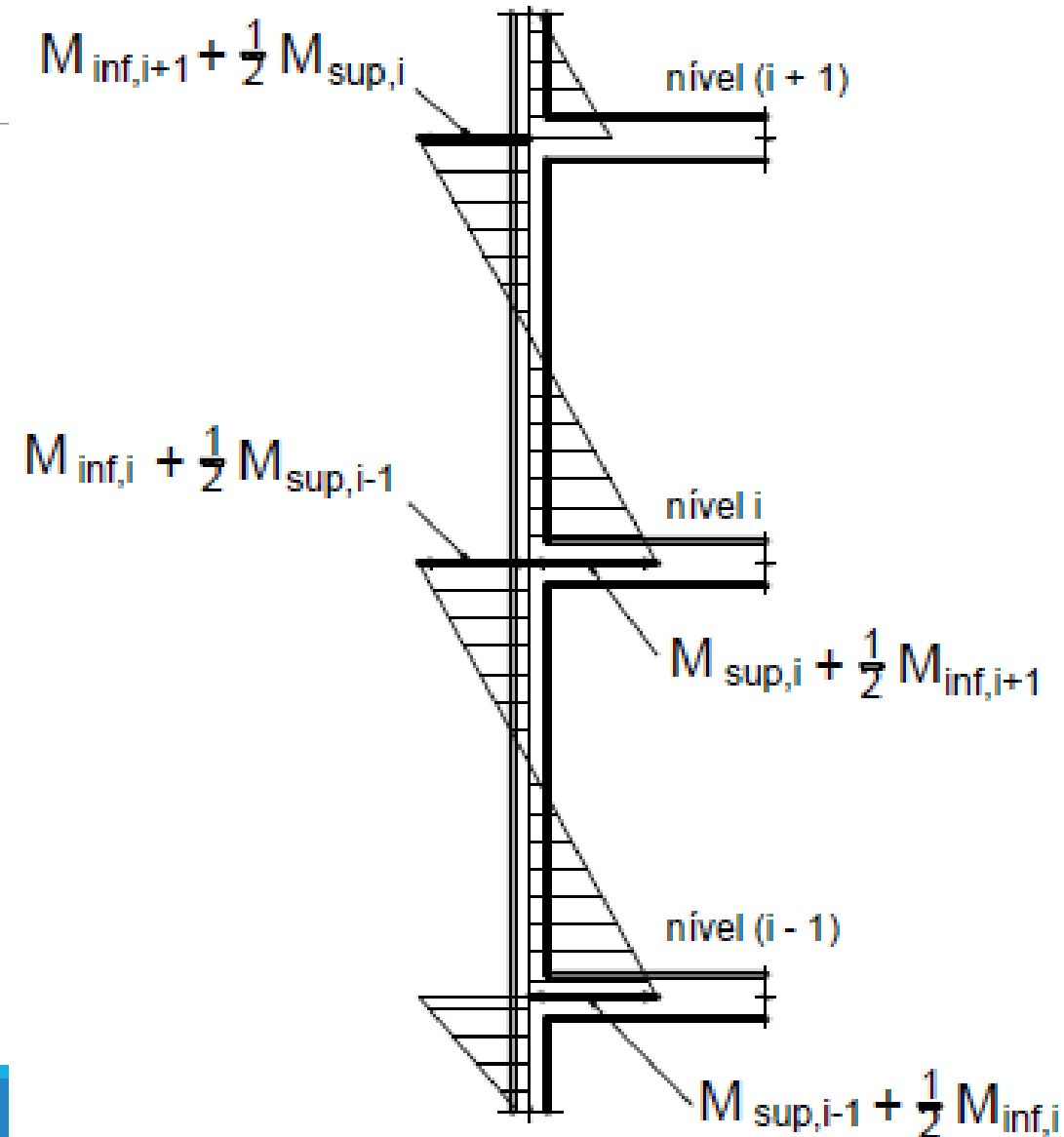


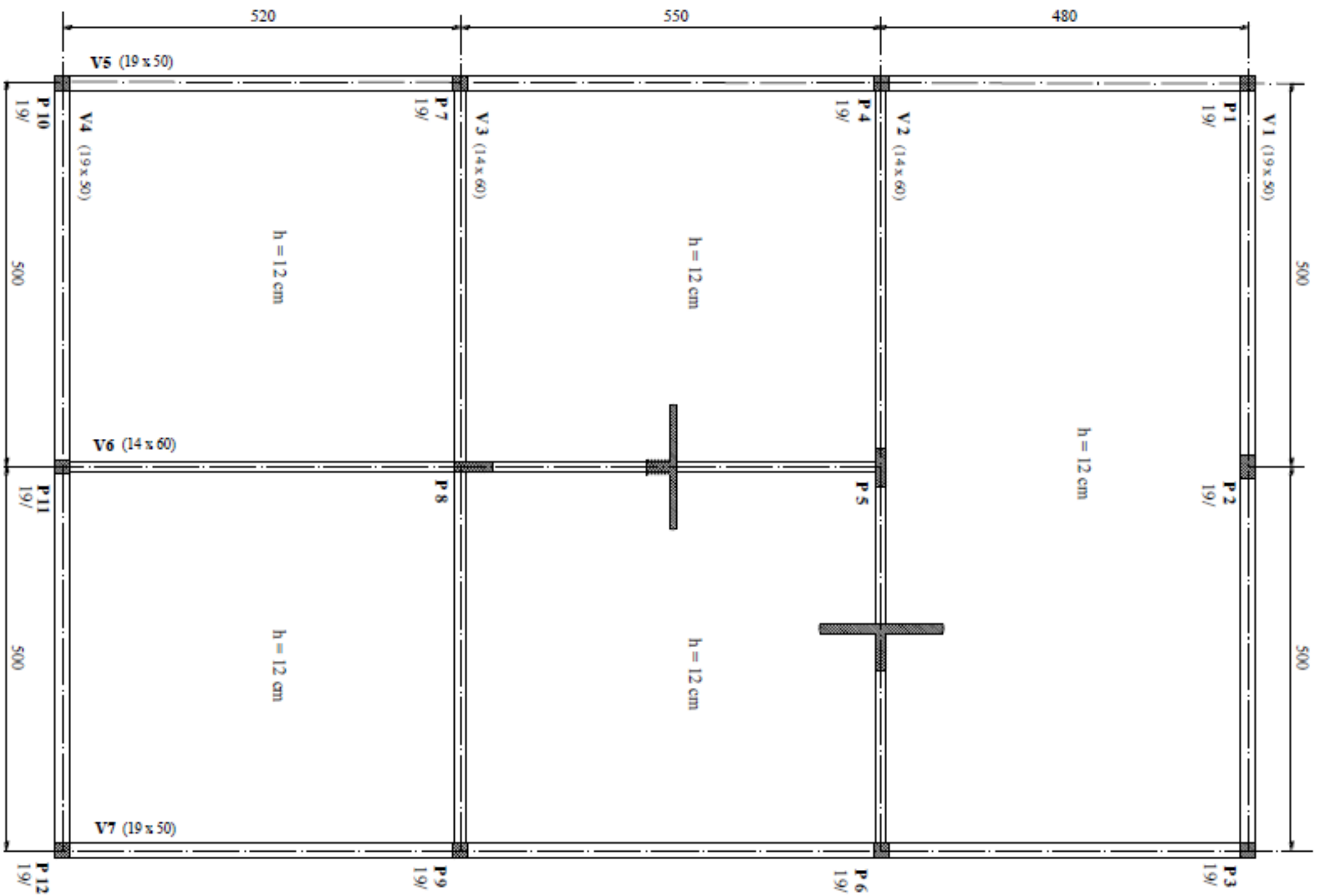
Momentos MA e MB

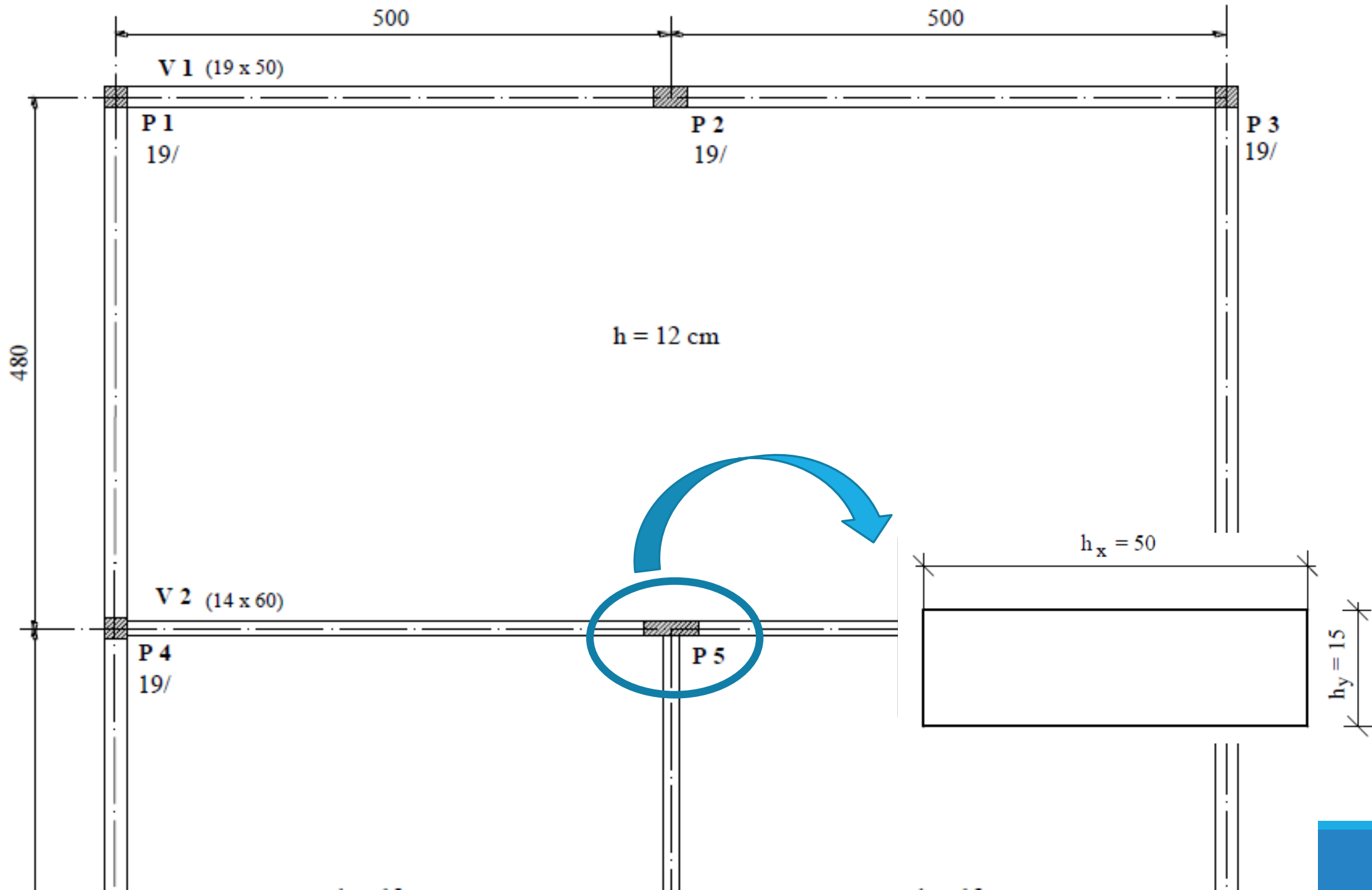
Se os pavimentos i e $i + 1$ forem **pavimentos tipo**, ou seja, idênticos, os momentos fletores na base e no topo serão iguais e:

$$M_{\text{sup},i} = M_{\text{inf},i+1}$$

$$M_{\text{base}} = M_{\text{topo}} = 1,5 M_{\text{sup},i} = 1,5 M_{\text{inf},i+1}$$







Exemplo 1

Determine o momento de primeira ordem (M1dA) no pilar P5 da planta anterior.

Dados: $N_k = 650 \text{ kN}$

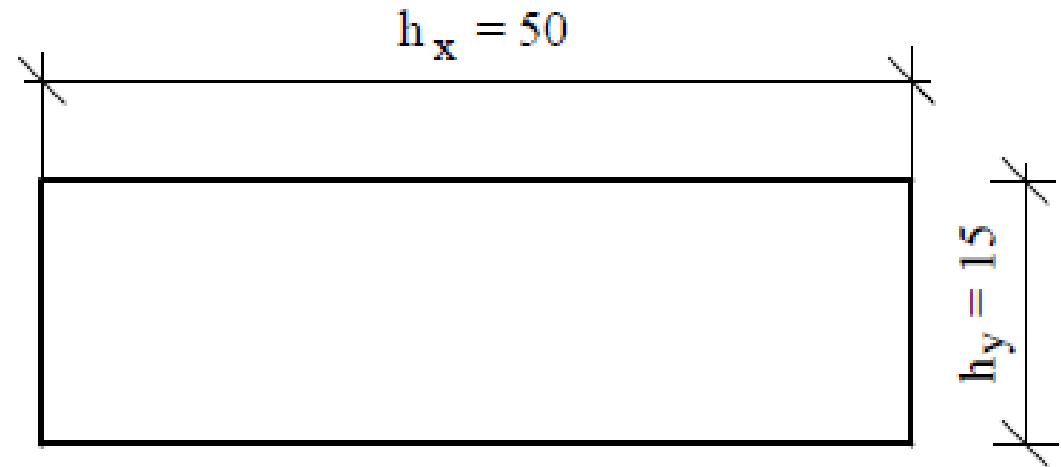
$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$ (comprimento equivalente)

Pavimento-tipo

Edificação tem 3 pavimentos

$D'y = 4,6 \text{ cm}$

Força atuante em todas as vigas 39 kN/m



Resolução

1. rigidezes

pilar

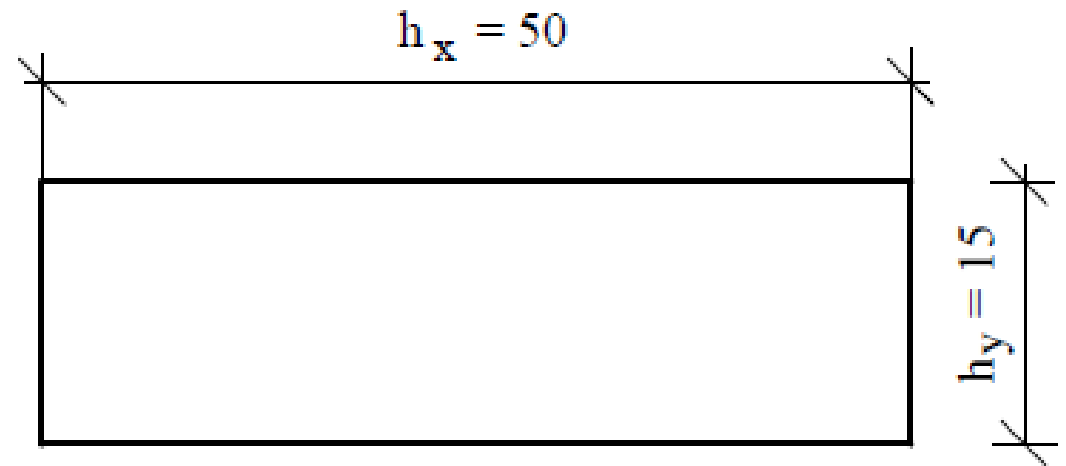
Como o pilar tem seção contínua:

$$r_{pilar} = r_{p,sup} = r_{p,inf} = \frac{I_{pilar}}{\frac{ley}{2}}$$

$$I_{pilar} = \frac{h \cdot h^3}{12}$$

$$I_{pilar} = \frac{50 \cdot 15^3}{12}$$

$$I_{pilar} = 14062,5 \text{ cm}^4$$



Resolução

1. rigidezes

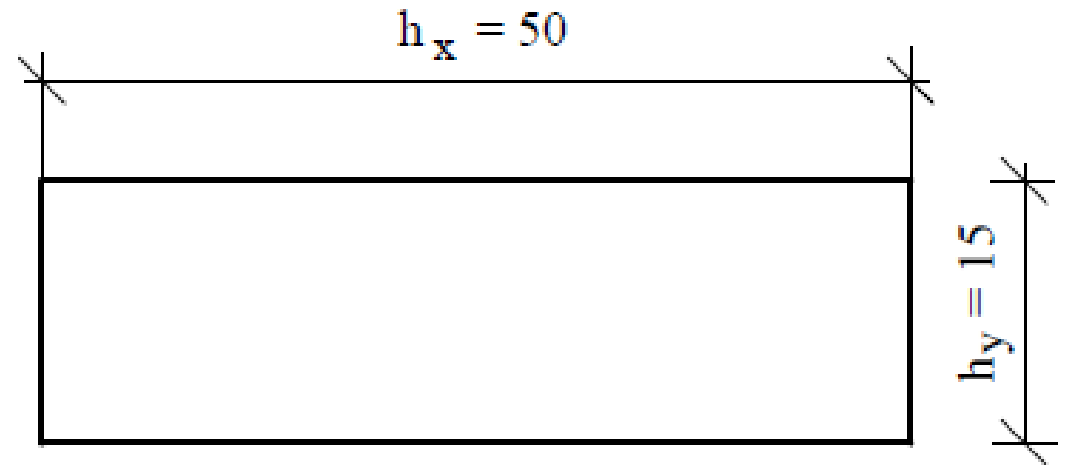
pilar

Como o pilar tem seção contínua

$$r_{pilar} = r_{p,sup} = r_{p,inf} = \frac{I_{pilar}}{\frac{l_{ey}}{2}}$$

$$r_{pilar} = \frac{14062,5}{\frac{280}{2}}$$

$$r_{pilar} = 100,45 \text{ cm}^3$$

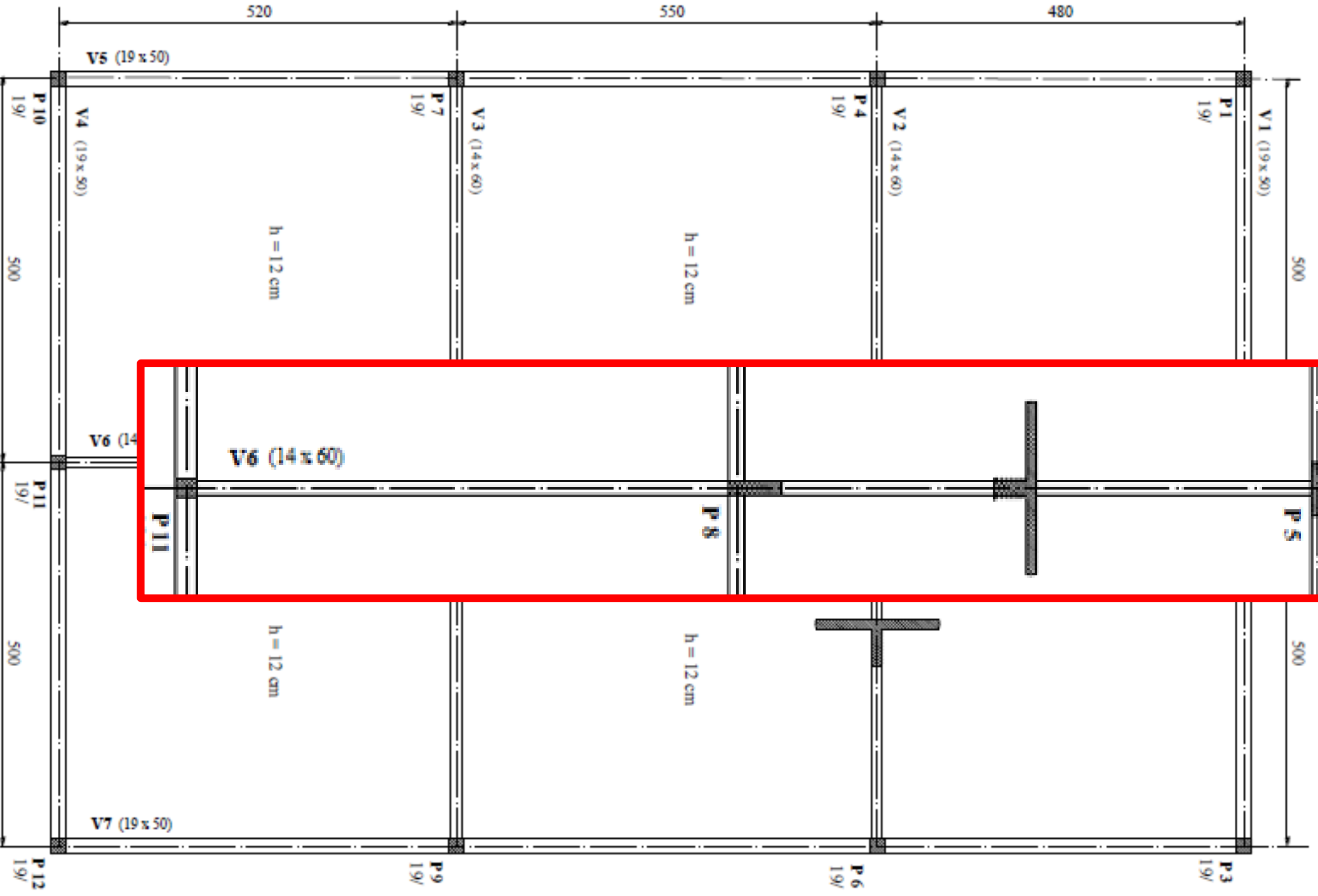


Resolução

1. rigidezes

viga

$$I_{viga} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$



Resolução

1. rigidezes

viga

$$I_{viga} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Viga V6 com seção 14 x 60 cm

$$I_{viga} = \frac{14 \cdot 60^3}{12}$$

$$I_{viga} = 252\,000 \text{ cm}^4$$

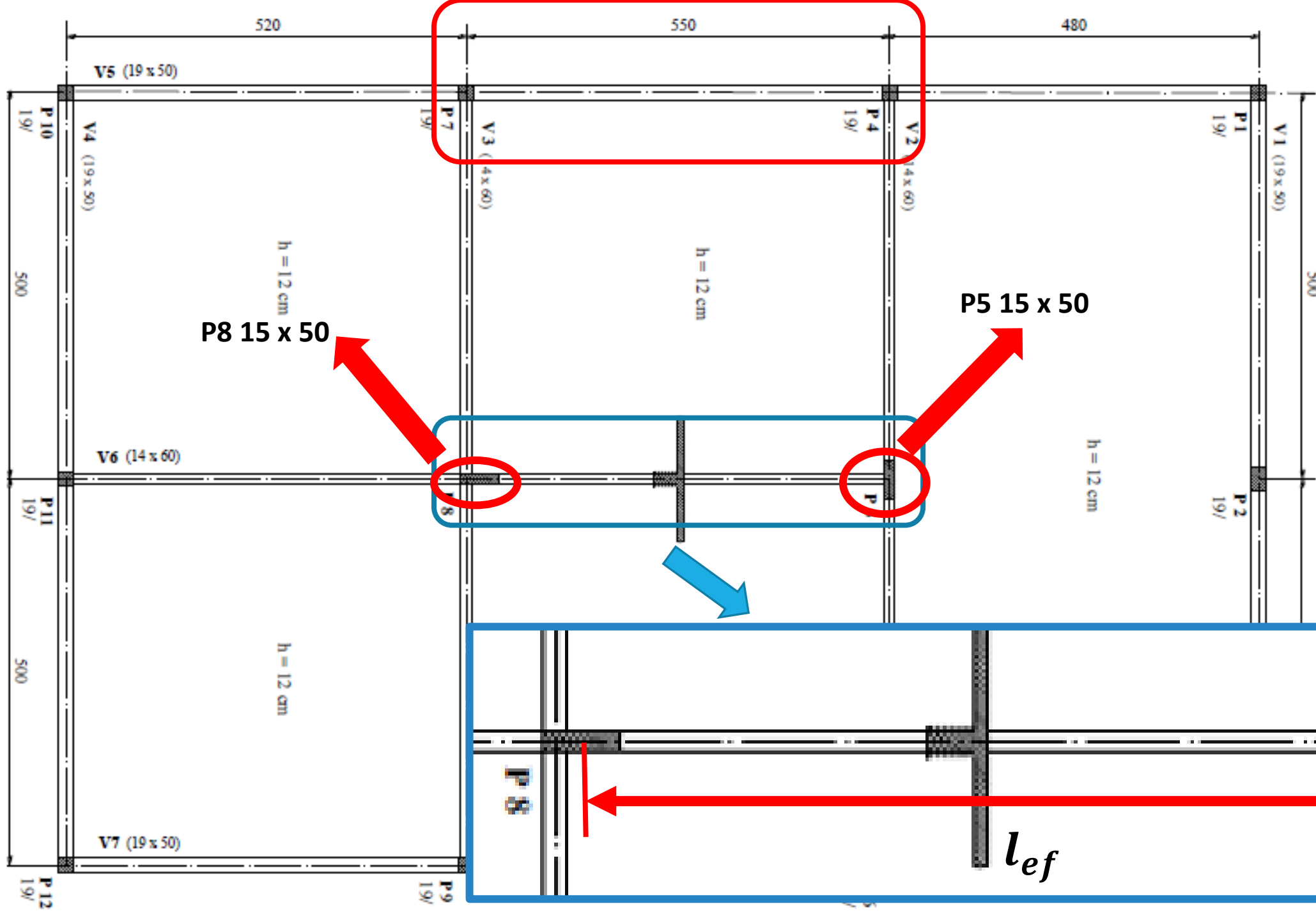
Resolução

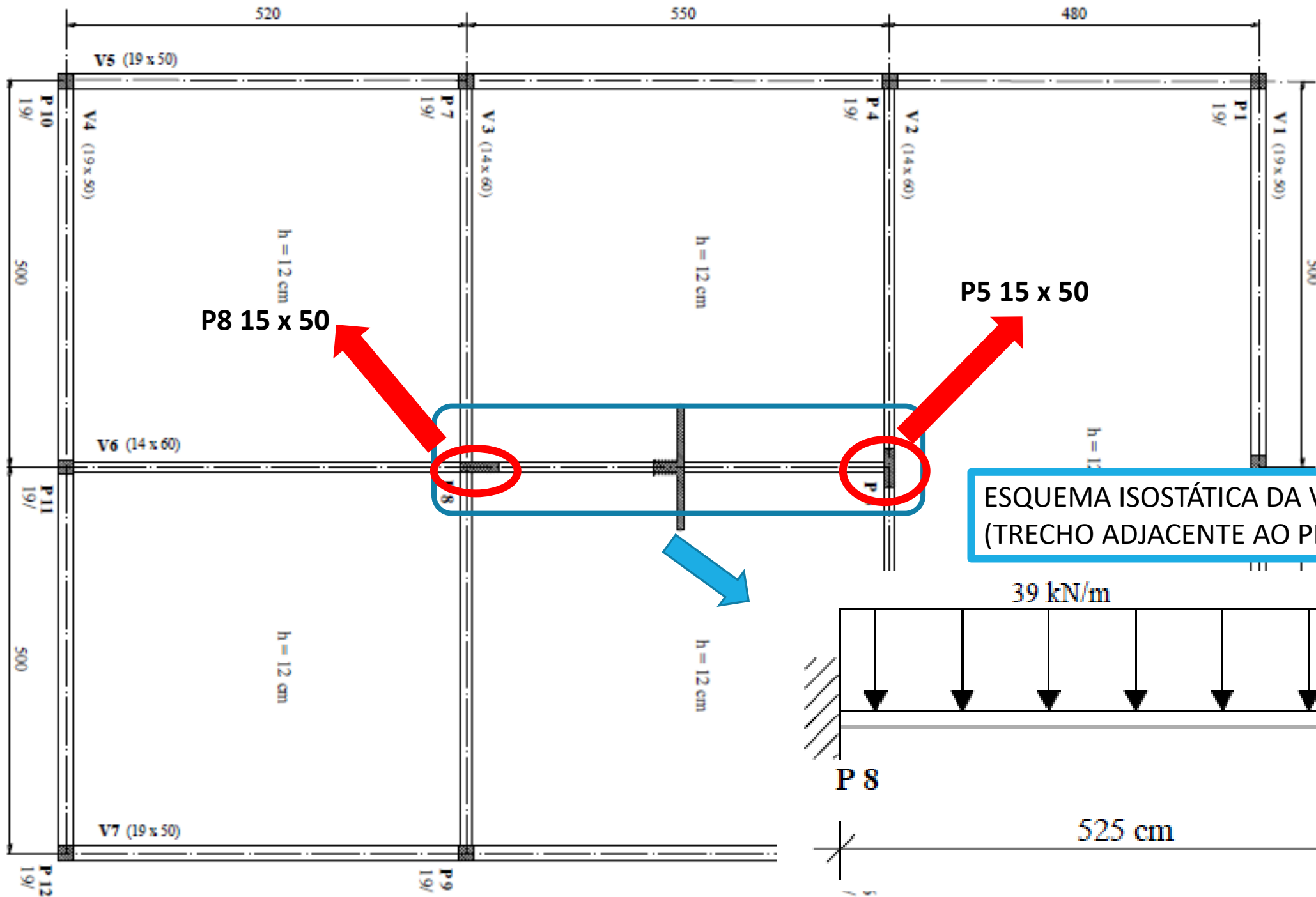
1. rigidezes

viga

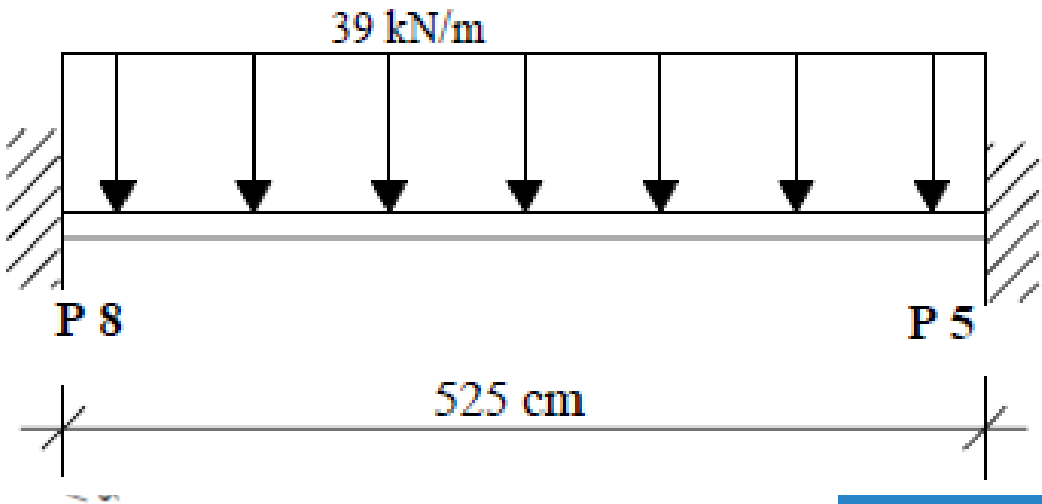
$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{l_{ef}}$$

l_{ef} é o vão da viga medido centro a centro dos pilares





ESQUEMA ISOSTÁTICA DA VIGA v6 (TRECHO ADJACENTE AO PILAR P5)



Resolução

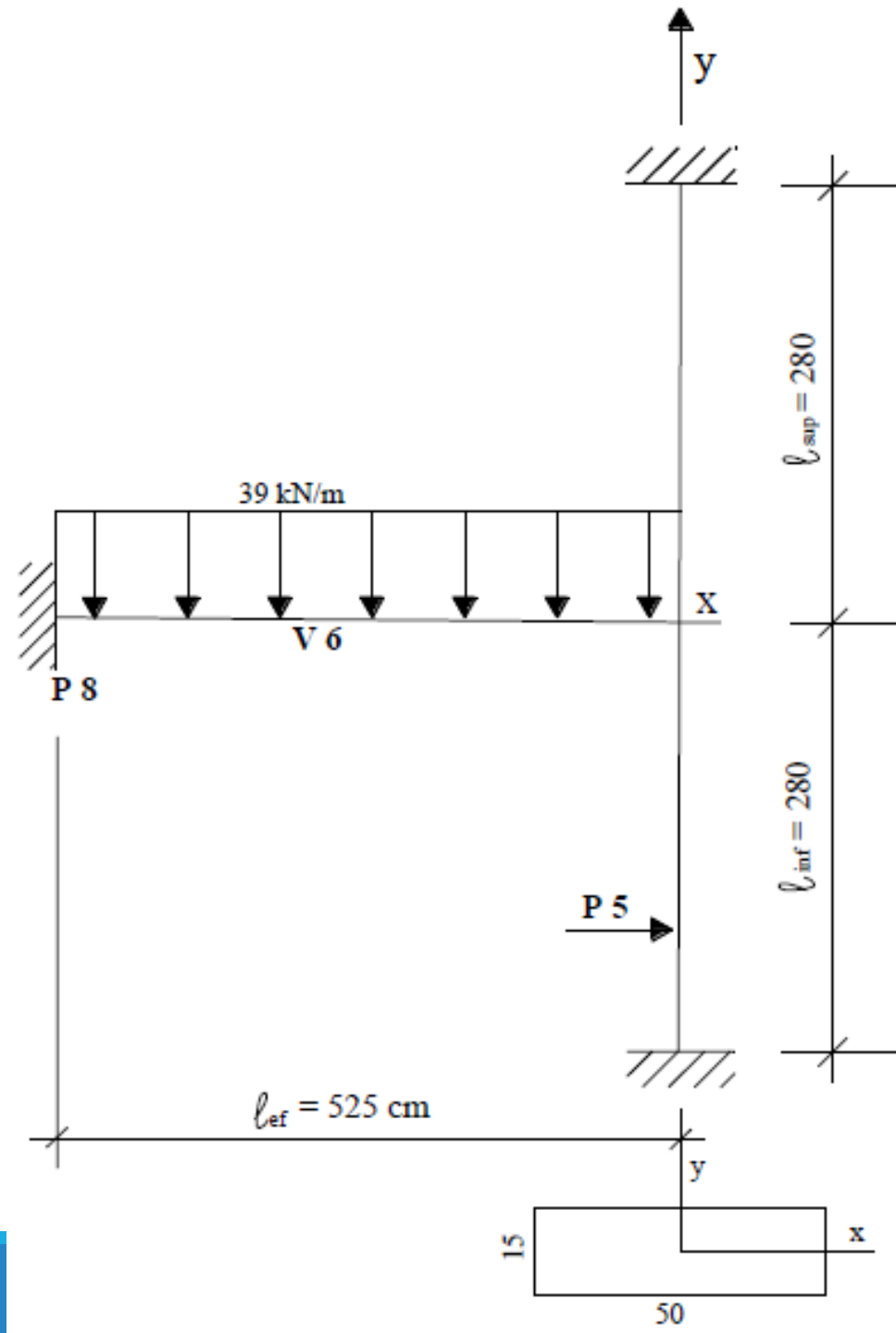
1. rigidezes

viga

$$r_{viga} = \frac{I_{viga}}{l_{ef}}$$

$$r_{viga} = 252\,000/525$$

$$r_{viga} = 480 \text{ cm}^3$$



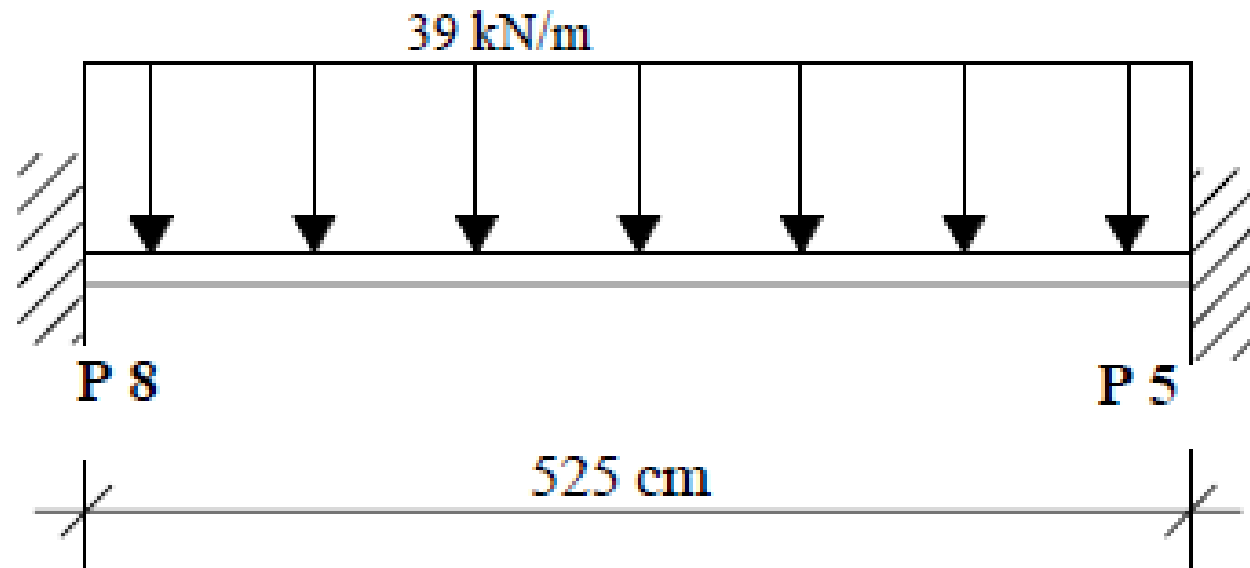
Resolução

2 momento devido ao engaste perfeito

$$M_{k,eng} = \frac{q \cdot l^2}{12}$$

$$M_{k,eng} = \frac{39 \cdot 5,25^2}{12}$$

$$M_{k,eng} = 89,6 \text{ kNm ou } 8\,960 \text{ kNcm}$$



Resolução

3 Momentos de inferior e superior

Como trata-se de um pilar de pavimento- tipo:

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = M_{k,eng} * \frac{r_{pilar}}{r_{p,sup} + r_{viga} + r_{p,inf}}$$

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = 8\,960 * \frac{100,45}{100,45 + 480 + 100,45}$$

$$M_{k,inf} = M_{k,sup} = 1\,321,83 \text{ kNcm}$$

Resolução

4 momento de base e de topo

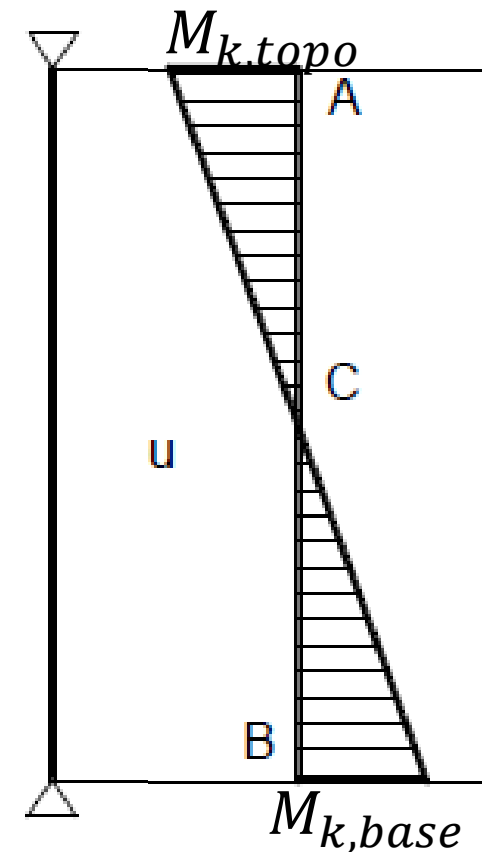
Pavimento tipo \rightarrow momento de topo $M_{k,topo} = -M_{k,base}$

$$M_{k,topo} = -M_{k,base}$$

$$M_{k,topo} = 1,5 * M_{k,inf}$$

$$M_{k,topo} = 1,5 * 1\,321,83 \text{ kNcm}$$

$$M_{k,topo} = 1\,982,74 \text{ kNcm}$$



Resolução

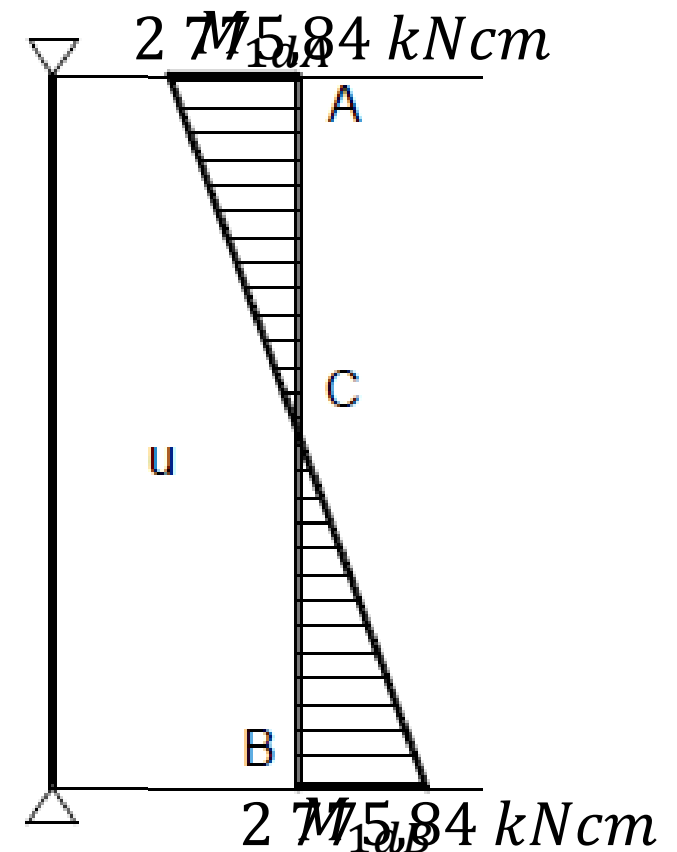
5 momento de primeira ordem

$$M_{k,topo} = 1\,982,74 \text{ kNcm}$$

$$M_{1dAy} = -M_{1dB_y} = \gamma_n * \gamma_f * M_{k,topo}$$

$$M_{1dAy} = -M_{1dB_y} = 1,4 * 1,2 * 1\,982,74$$

$$M_{1dAy} = 3331 \text{ kNcm}$$



Exercício

Para o pilar 5 do exemplo, determine a armadura do pilar

Exemplo 2

Para o pilar mostrado na Figura, calcular a armadura longitudinal necessária. Concreto C25. $d'=4$ cm

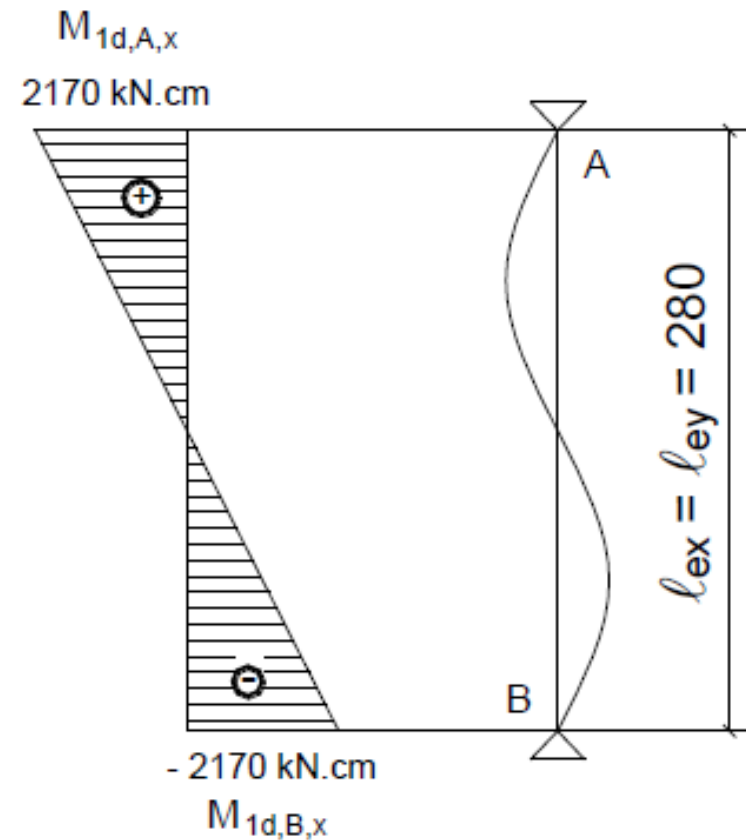
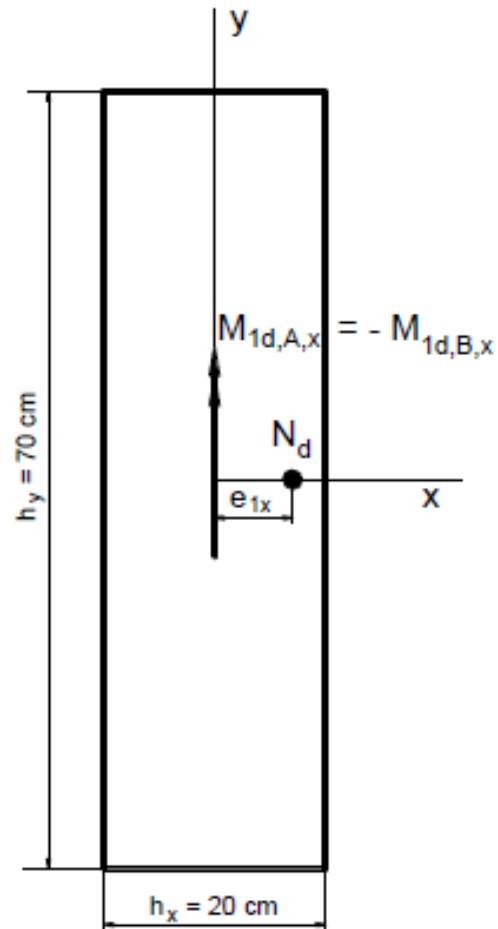
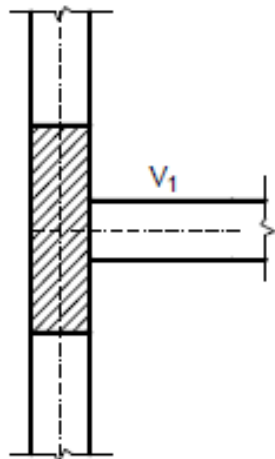
$$N_k = 1.110 \text{ kN}$$

$$M_{1d,A,x} = - M_{1d,B,x} = 2.170 \text{ kN.cm}$$

seção transversal 20 x 70 cm
($A_c = 1.400 \text{ cm}^2$)

comprimento equivalente:

$$l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$$



Resolução

1. Força normal

$$N_{sd} = \gamma_n * \gamma_f * N_k$$

$$N_{sd} = 1 * 1,4 * 1110$$

$$N_{sd} = 1554 \text{ kN}$$

b	≥ 19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

Nota: O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.
 $\gamma_n = 1,95 - 0,05 b$
b = menor dimensão da seção transversal (cm).

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

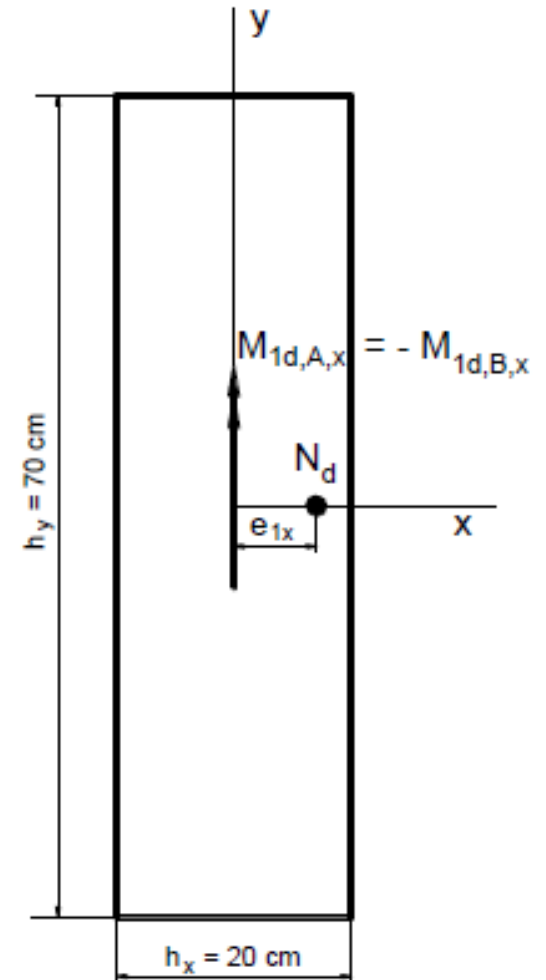
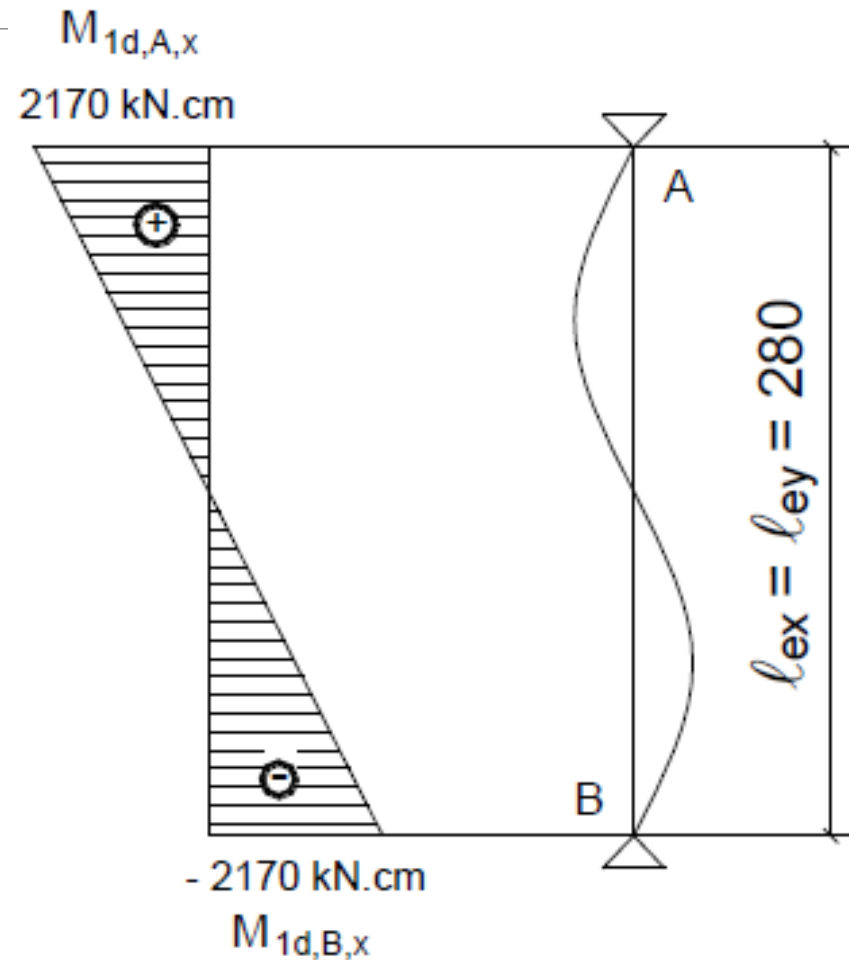
Resolução

2 excentricidade de 1ª ordem

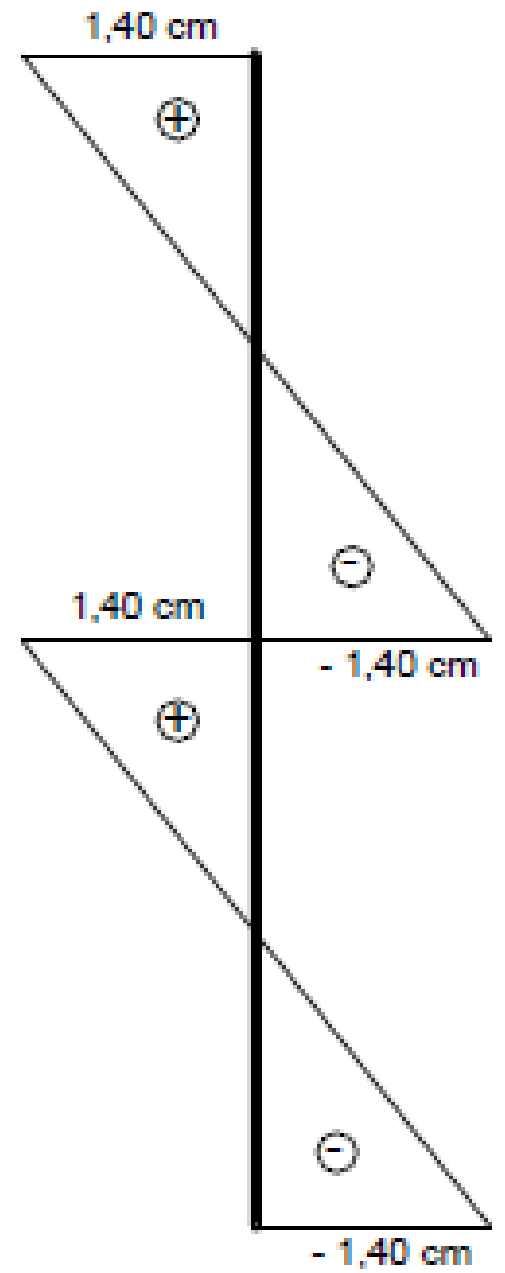
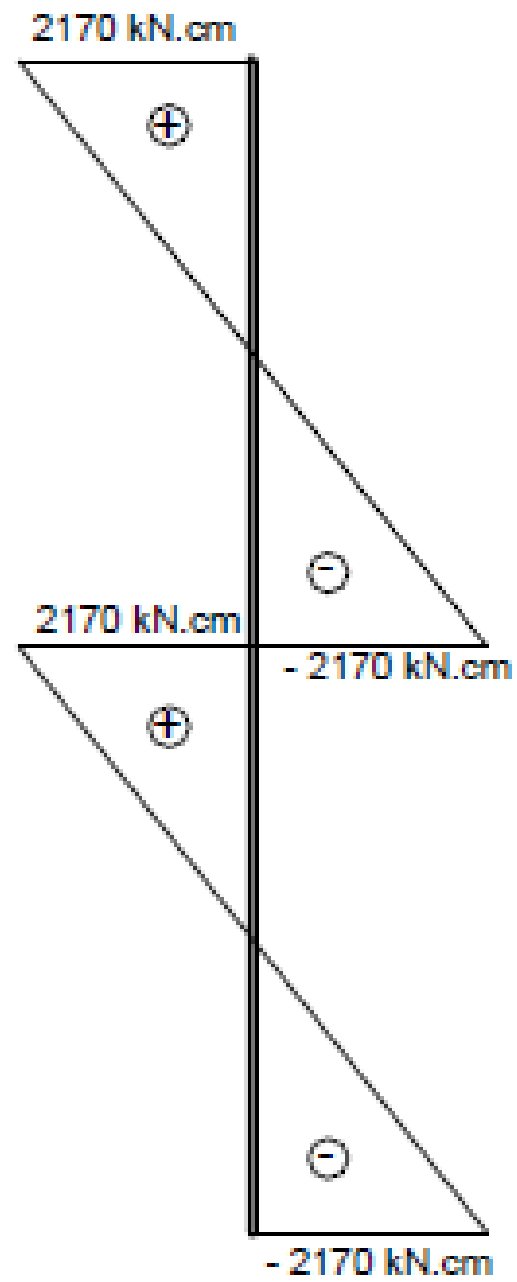
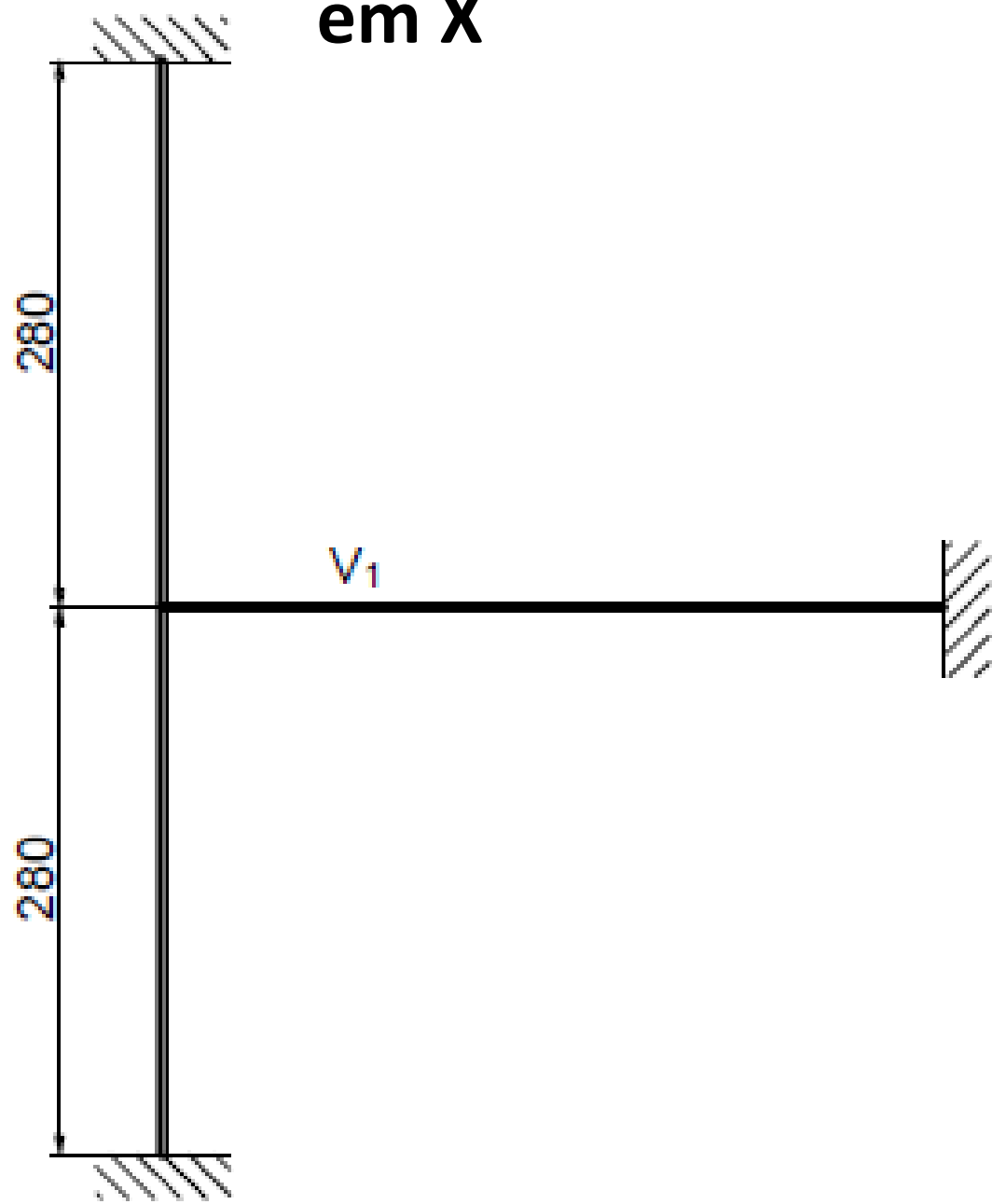
$$e_{1x} = \frac{M_{1dA,x}}{N_{sd}}$$

$$e_{1x} = \frac{2170}{1554}$$

$$e_{1x} = 1,4 \text{ cm}$$



em X



Resolução

3. índice de esbeltez

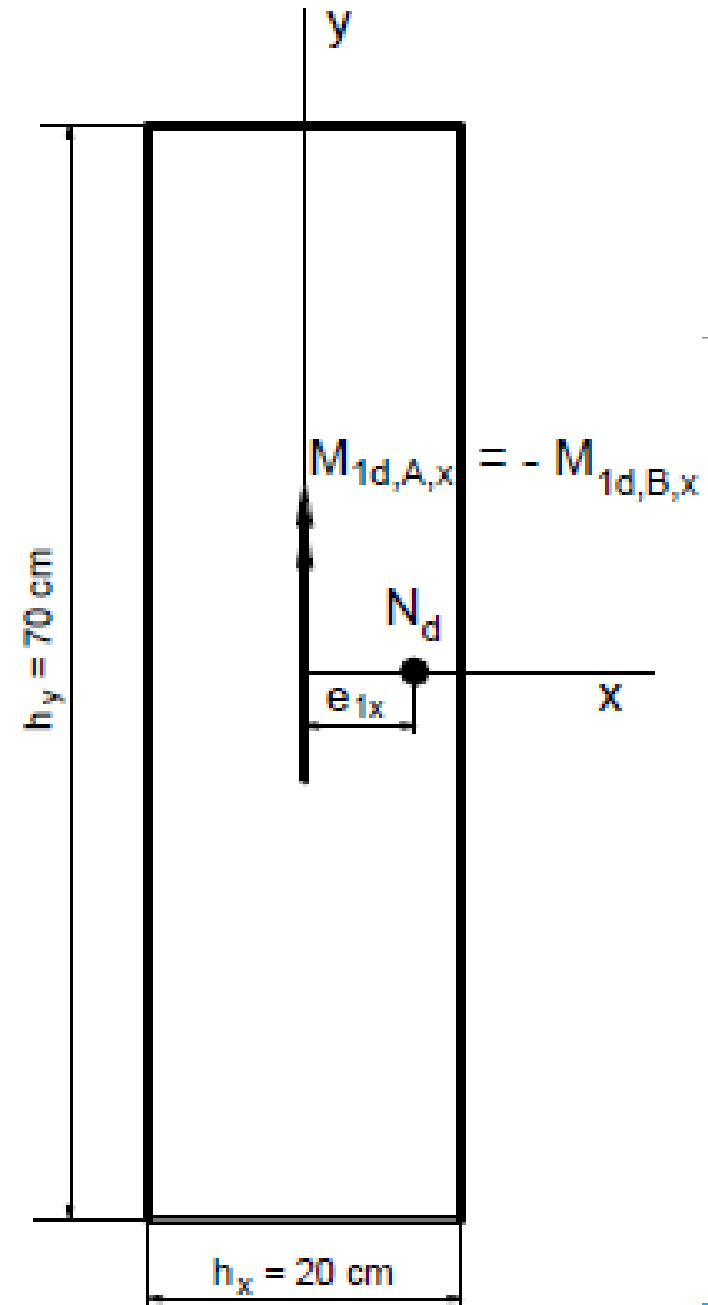
$$\lambda = \frac{3,46 \cdot l_e}{h}$$

Em x:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \cdot l_{ex}}{h_x}$$

$$\lambda_x = \frac{3,46 \cdot 280}{20}$$

$$\lambda_x = 48,44$$



Resolução

3. índice de esbeltez

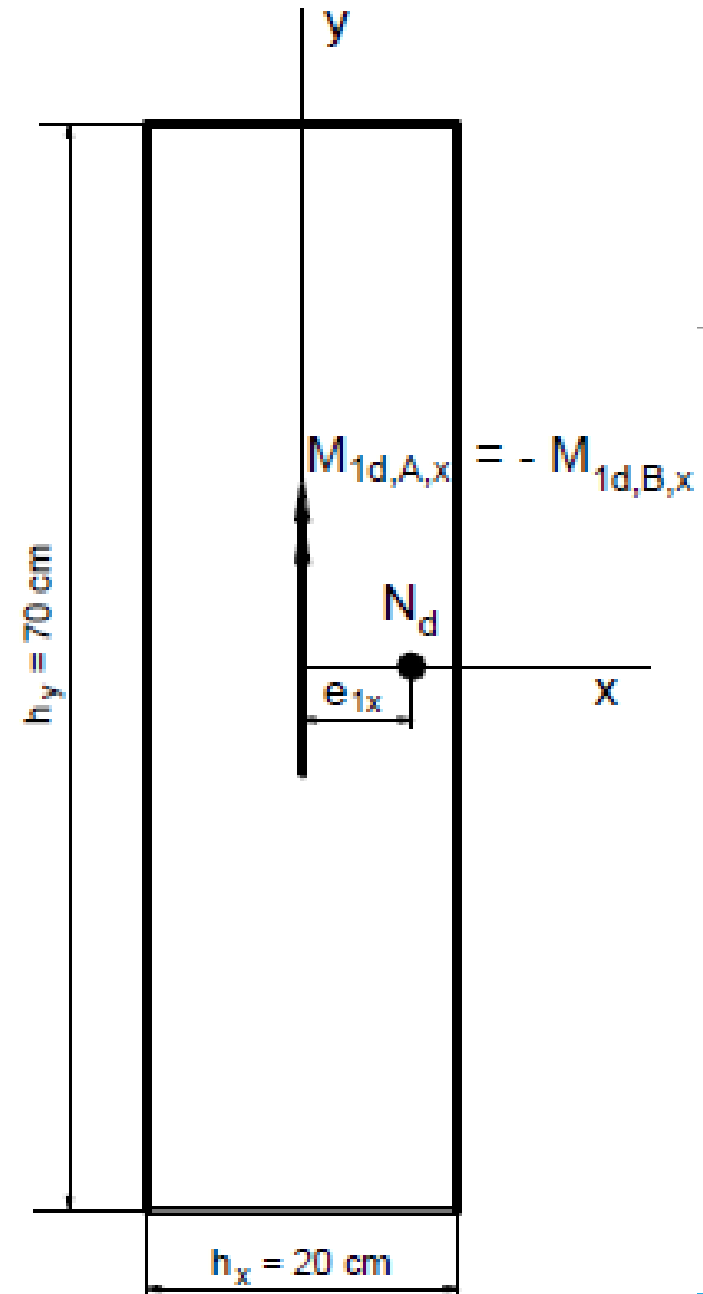
$$\lambda = \frac{3,46 \cdot l_e}{h}$$

Em y:

$$\lambda_y = \frac{3,46 \cdot l_{ey}}{h_y}$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \cdot 280}{70}$$

$$\lambda_y = 13,84$$



Resolução

4. momento fletor mínimo

$$M_{1d,mín} = N_{sd} * (1,5 + (0,03 * h))$$

Em x:

$$M_{1d,mín x} = N_{sd} * (1,5 + (0,03 * h_x))$$

$$M_{1d,mín x} = 1554 * (1,5 + (0,03 * 20))$$

$$M_{1d,mín x} = 3263,4 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1x,mín} = \frac{M_{1d,mín x}}{N_{sd}}$$

$$e_{1x,mín} = \frac{3263,4}{1554}$$

$$e_{1x,mín} = 2,1 \text{ cm}$$

Resolução

4. momento fletor mínimo

$$M_{1d,mín} = N_{sd} * (1,5 + (0,03 * h))$$

Em y:

$$M_{1d,mín y} = N_{sd} * (1,5 + (0,03 * h_y))$$

$$M_{1d,mín y} = 1554 * (1,5 + (0,03 * 70))$$

$$M_{1d,mín y} = 5594,4 \text{ kN.cm}$$

$$e_{1y, mín} = \frac{M_{1d,mín y}}{N_{sd}}$$

$$e_{1y, mín} = \frac{5594,4}{1554}$$

$$e_{1y, mín} = 3,6 \text{ cm}$$

Resolução

4. esbeltez limite

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}, \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Em x:

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h_x}}{\alpha_b}$$

Como o pilar é de extremidade (não tem continuidade de viga em x):

$$\rightarrow e_{1x} = 1,4 \text{ cm}$$

Resolução

4. esbeltez limite

E “para pilares biapoiados ou em balanço com momentos fletores menores que o momento fletor mínimo”

$$M_{1dAx} = 2170 \text{ kN.cm} < M_{1d,\text{mín } x} = 3263,4 \text{ kN.cm}$$

$$\rightarrow \alpha_b = 1$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \frac{1,4}{20}}{1}$$

$$\lambda_{1x} = 25,8$$

Como $35 \leq \lambda_1 \leq 90$

$$\rightarrow \lambda_{1x} = 35$$

Resolução

4. esbeltez limite

$$\rightarrow \lambda_{1x} = 35$$

Como $\lambda_x = 48,44$

$$\lambda_x = 48,44 > \lambda_{1x} = 35$$

→ considerar o efeito local de 2ª ordem na direção x

Resolução

4. esbeltez limite

Em y:

$$\lambda_{1y} = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h_y}}{\alpha_b}$$

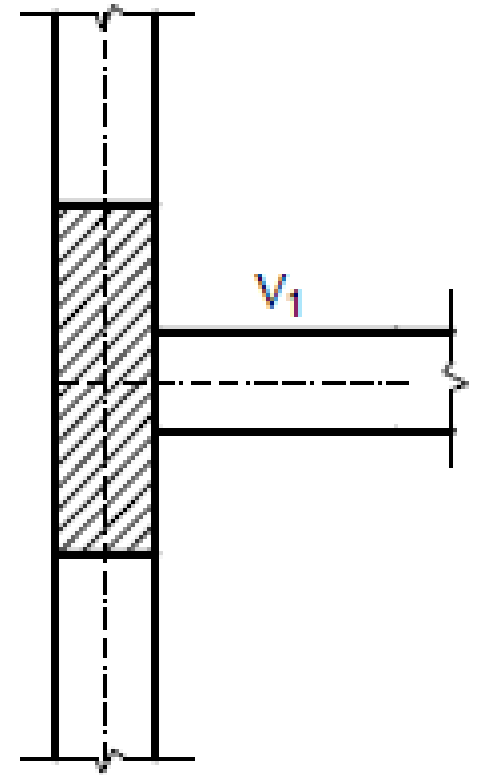
Como o pilar é de extremidade (tem continuação de viga e laje em y):

$$e_{1y} = 0$$

E “para pilares biapoiados ou em balanço com momentos fletores menores que o momento fletor mínimo”

$$M_{1dAy} = 0 < M_{1d,mín y} = 5\,594,4 \text{ kNcm}$$

$$\alpha_b = 1$$



Resolução

4. esbeltez limite

$$\lambda_{1y} = \frac{25 + 12,5 * \frac{0}{70}}{1}$$

$$\lambda_{1y} = 25$$

Como $35 \leq \lambda_1 \leq 90$

$$\rightarrow \lambda_{1y} = 35$$

Como $\lambda_y = 13,84$

$$\lambda_y = 13,84 < \lambda_{1y} = 35$$

→ não se considera o efeito local de 2ª ordem na direção y

Exigências da NBR 6118 no projeto de pilares conforme o índice de esbeltez.

Índice de Esbeltez (λ)	Consideração dos Efeitos Locais de 2ª Ordem	Métodos de Cálculo			
		Método Geral	Métodos Aproximados do Pilar-Padrão		
			Com Curvatura Aproximada	Com Rigidez Aproximada	Acoplado a Diagrama M, N, 1/r
$140 < \lambda \leq 200$	Obrigatória	Obrigatório	Não Permitido	Não Permitido	Não Permitido
$90 < \lambda \leq 140$	Obrigatória	–	Não Permitido	Não Permitido	Permitido
$\lambda_1 < \lambda \leq 90$	Obrigatória	–	Permitido	Permitido	–
$0 < \lambda \leq \lambda_1$	–	–	–	–	–

Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção y:

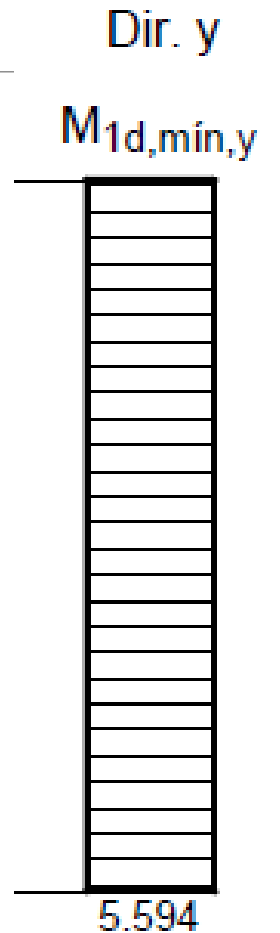
Momento total

E como não se considera o efeito local de 2ª ordem ($\lambda_y = 13,84 \leq \lambda_{1y} = 35$)

$$\rightarrow \frac{l_{ey}^2}{10} * \frac{1}{r} = 0$$

$$M_{d,tot y} = M_{1dmin y}$$

$$M_{d,tot y} = 5594 \text{ kN.cm}$$



Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

Força adimensional

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c * f_{cd}}$$

$$v = \frac{1554}{20 * 70 * \left(\frac{2,5}{1,4}\right)}$$

$$v = 0,62$$

Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

Curvatura

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{base\ x} = \frac{0,005}{h_x * (v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h_x}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{base\ x} = \frac{0,005}{20 * (0,62 + 0,5)}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{base\ x} = 2,23 * 10^{-4}$$

Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

$$\frac{0,005}{h_x} = \frac{0,005}{20}$$

$$\frac{0,005}{h_x} = 2,5 * 10^{-4}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{base\ x} = \frac{0,005}{h_x * (v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h_x}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{base\ x} = 2,23 * 10^{-4} < \frac{0,005}{h_x} = 2,5 * 10^{-4}$$

$$\rightarrow ok! Usar \left(\frac{1}{r}\right)_{base\ x} = 2,23 * 10^{-4}$$

Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

Excentricidade de 2ª ordem

$$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10} * \frac{1}{r}$$

$$e_{2x} = \frac{280^2}{10} * 2,23 * 10^{-4}$$

$$e_{2x} = 1,75 \text{ cm}$$

Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

$$M_{2dx} = Nsd * 1,75 \text{ cm}$$

$$M_{2dx} = 1554 * 1,75 \text{ cm}$$

$$M_{2dx} = 2716,89 \text{ kN.cm}$$

Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x:

Momento total

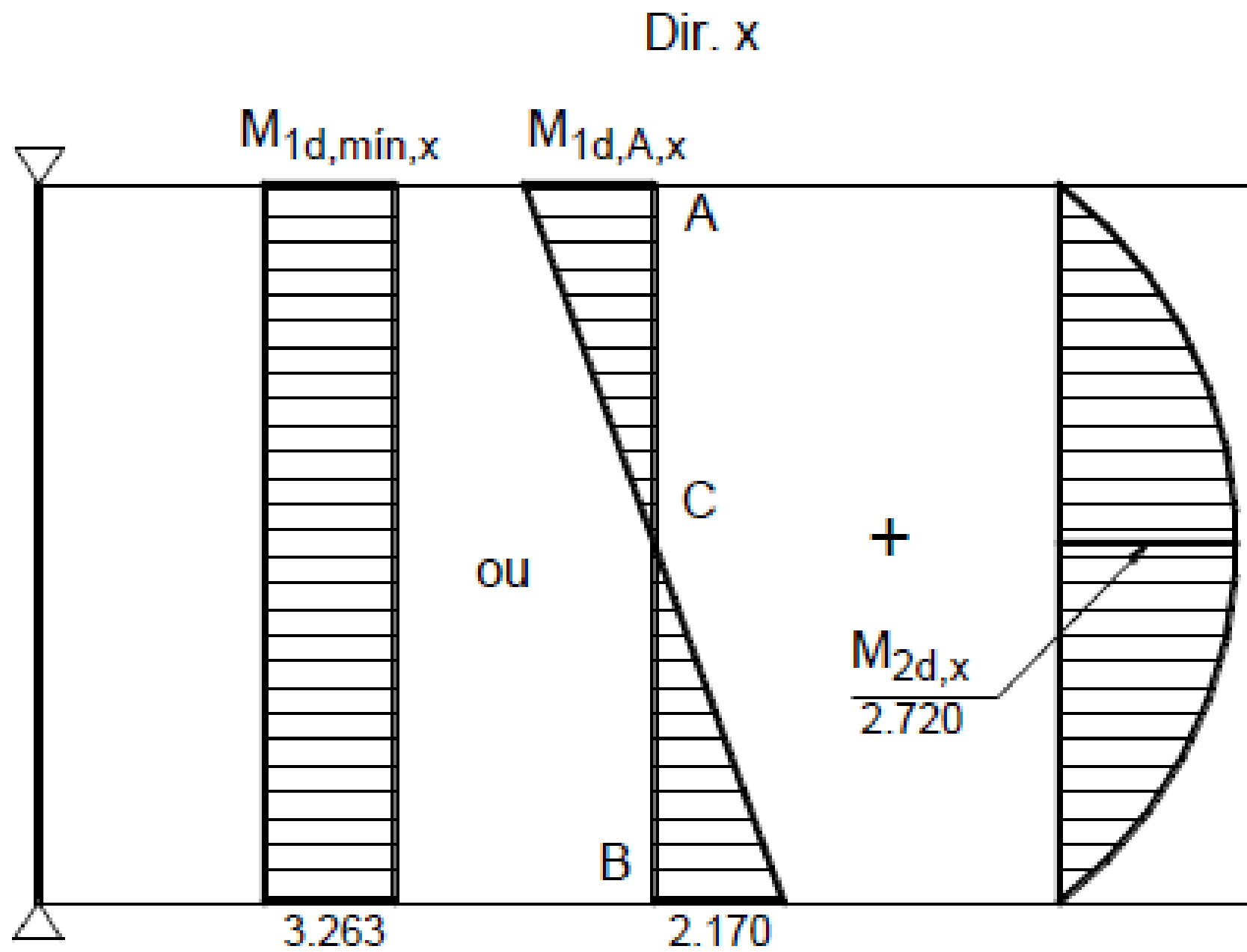
$$M_{d,tot x} = \alpha_b * M_{1dA} + N_{sd} * \frac{l_{ex}^2}{10} * \frac{1}{r} \geq M_{1dA}, \text{ sendo que } \alpha_b * M_{1dA} \geq M_{1dmín x}$$

Para o pilar extremidade:

$$\rightarrow M_{1dA} = 2170 \text{ kN.cm}$$

$$\rightarrow \alpha_b * M_{1dA} = 1 * 2170 \text{ kN.cm} < M_{1dmín x} = 3263,4 \text{ kN.cm}$$

Usar $M_{1dmín x} = 3263,4 \text{ kN.cm}$



Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

Momento total

$$M_{d,tot x} = \alpha_b * M_{1dA} + N_{sd} * \frac{l_{ex}^2}{10} * \frac{1}{r} \geq M_{1dA}, e \alpha_b * M_{1dA} \geq M_{1dmín x}$$

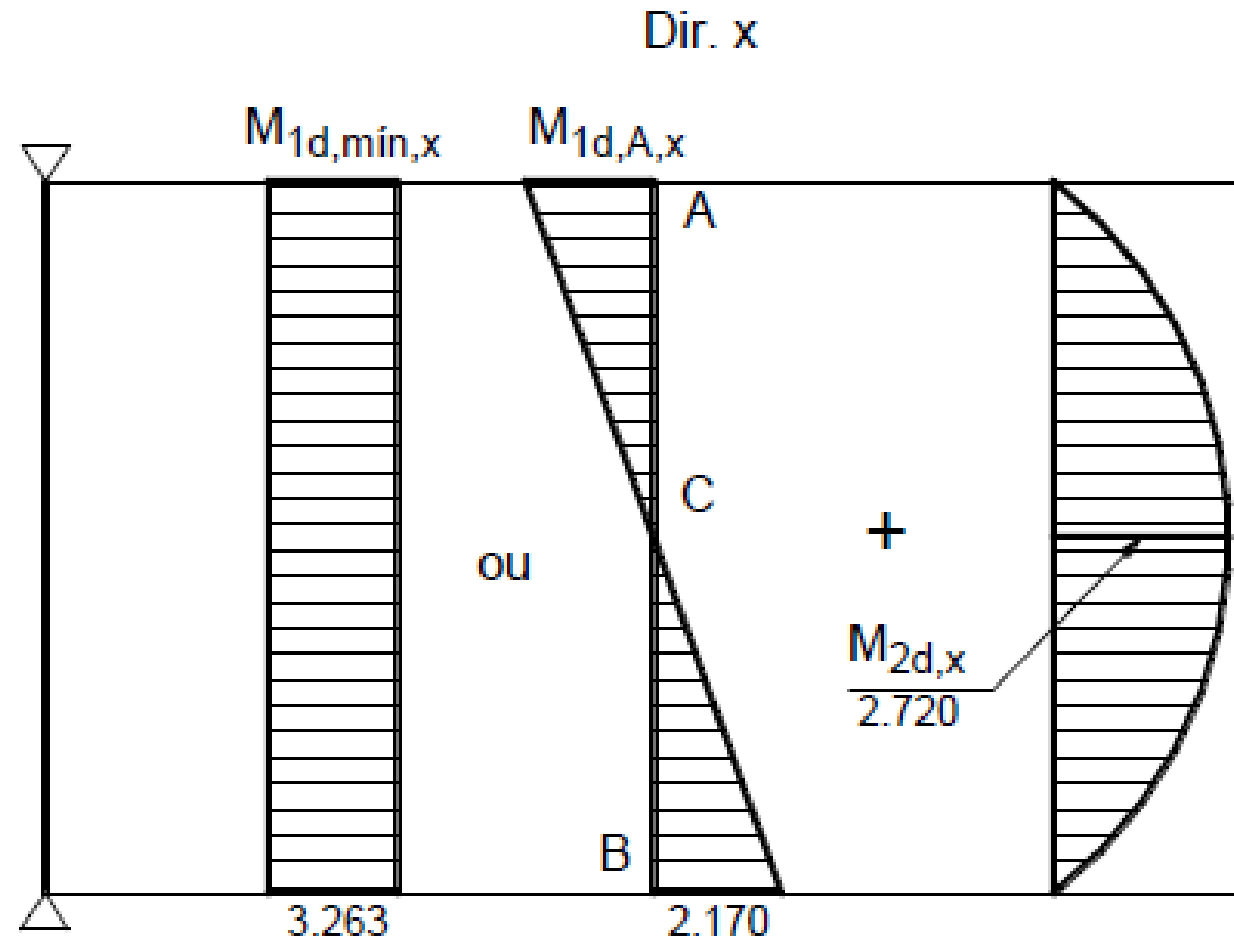
$$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10} * \frac{1}{r} = 1,75 \text{ cm}$$

OBSERVAÇÃO:

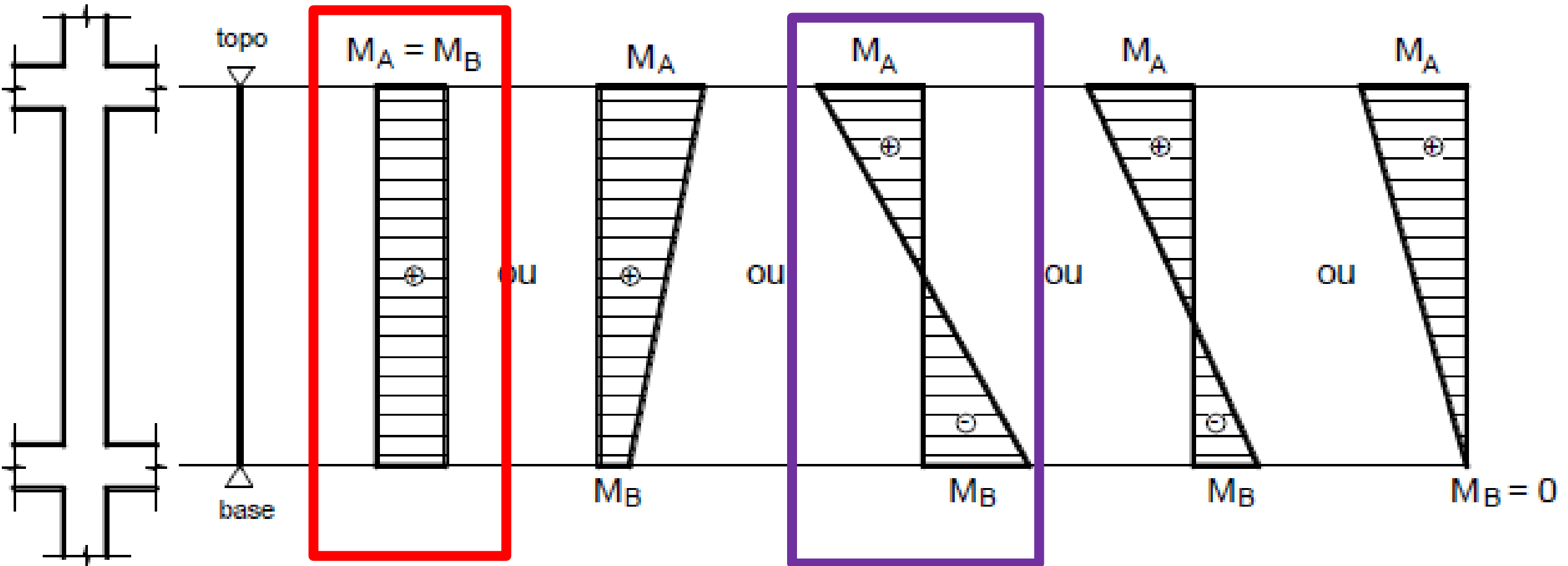
Na **direção x**, onde ocorre o momento fletor de 2ª ordem, o momento fletor total (máximo) ocorrerá na seção de extremidade ou na seção intermediária C, sendo que neste exemplo os momentos fletores de 1ª ordem nas duas extremidades são iguais (em módulo)

Quando são diferentes, deve-se considerar a extremidade com o maior momento fletor de 1ª ordem, o $M_{1d,A}$

Diagrama de momento fletor ao longo do pilar



Diagramas de momento fletor de primeira ordem ou mínimo em pilares



momento fletor mínimo em pilares intermediários, extremidade e de canto

momento fletor de primeira ordem em pilares de extremidade e de canto em pavimento tipo

Resolução

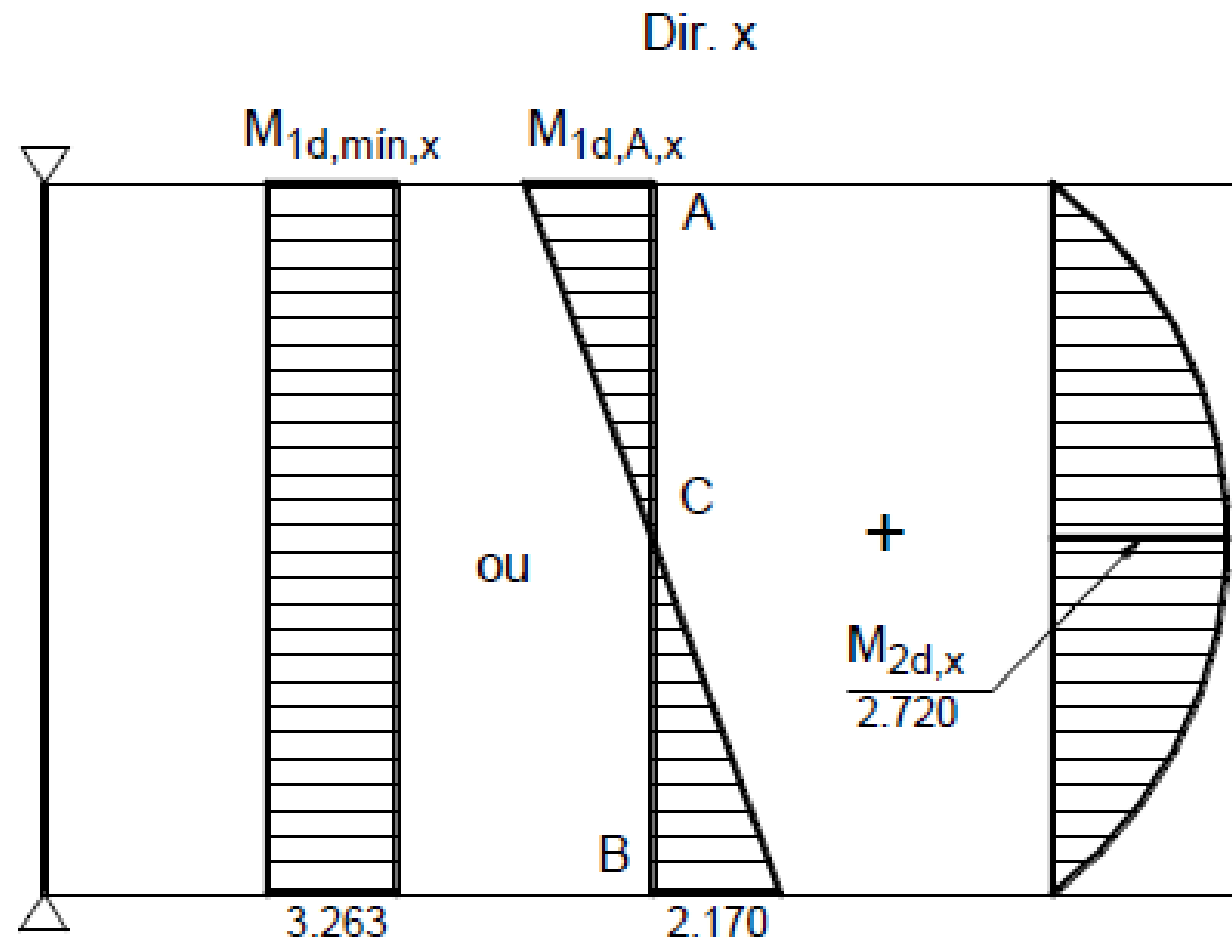
Determinação do momento total –por meio das seções extremidade e intermediária

Curvatura aproximada

Direção x

OBSERVAÇÃO: onde ocorre o momento fletor de 2ª ordem, o momento fletor total (máximo) ocorrerá nas seções de extremidade do pilar

$$M_{d,tot,x} \geq \begin{cases} M_{1d,A,x} \\ M_{1d,mín,x} \end{cases}$$



Resolução

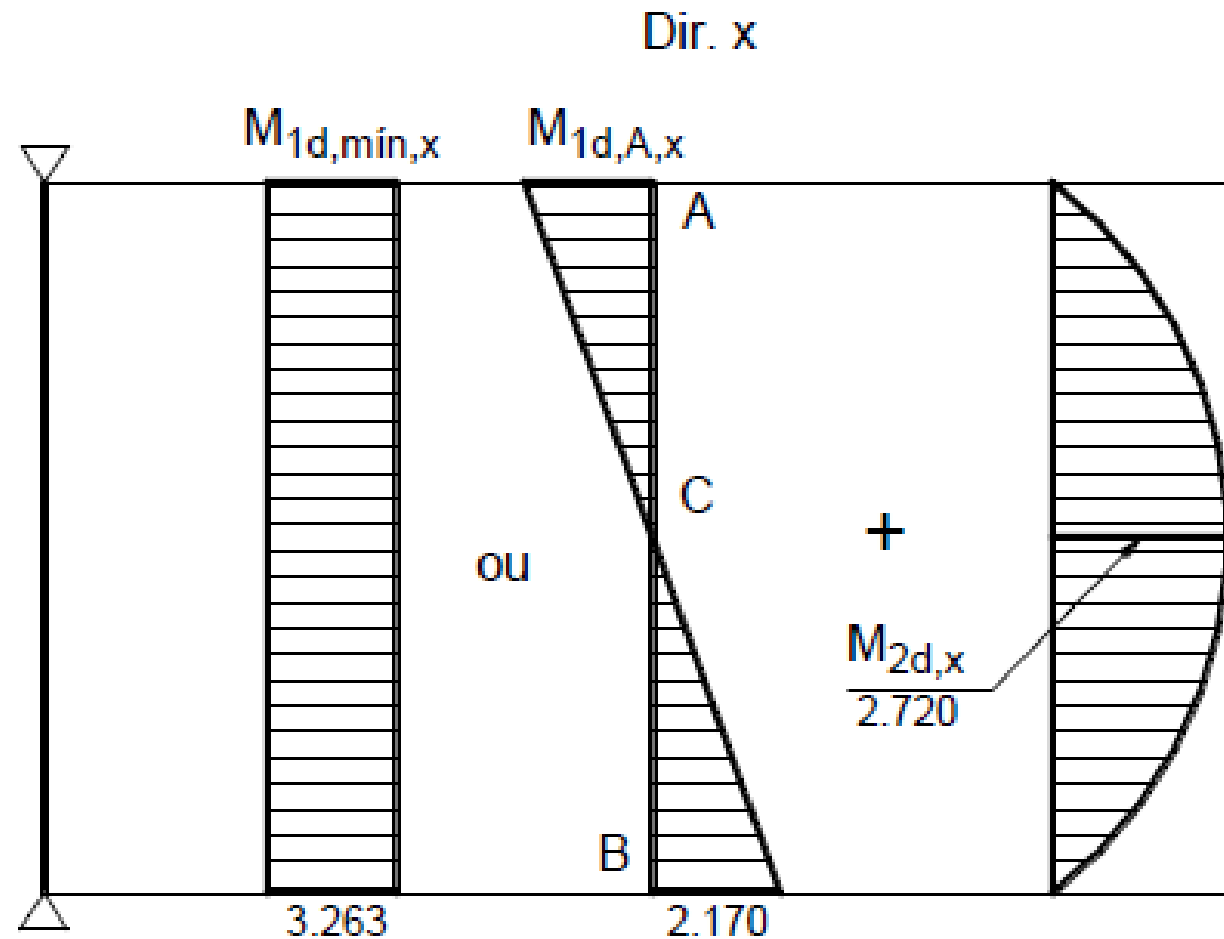
Determinação do momento total –por meio das seções extremidade e intermediária

Curvatura aproximada

Direção x

ou na seção intermediária C

$$M_{1d,C,x} \geq \begin{cases} 0,6 * M_{1d,A,x} + 0,4 * M_{1d,B,x} \\ 0,4 * M_{1d,A,x} \end{cases}$$



Resolução

Determinação do momento total –por meio das seções extremidade e intermediária

Curvatura aproximada

Direção x

OBSERVAÇÃO: neste exemplo os momentos fletores de 1a ordem nas duas extremidades são iguais em módulo, pois trata-se de pilar de um pavimento tipo

Quando são diferentes, deve-se considerar a extremidade com **o maior** momento fletor de 1a ordem, o $M_{1d,A}$

Momento fletor total

$$\underline{M_{d,tot}} \geq \begin{cases} \overset{M_{1e}}{M_{1dmín}} + \overset{M_{2d}}{N_{sd} * e_2} \\ \underline{M_{1dc}} + \underset{M_{2d}}{N_{sd} * e_2} \end{cases}$$

Resolução

Determinação do momento total –por meio das seções extremidade e intermediária

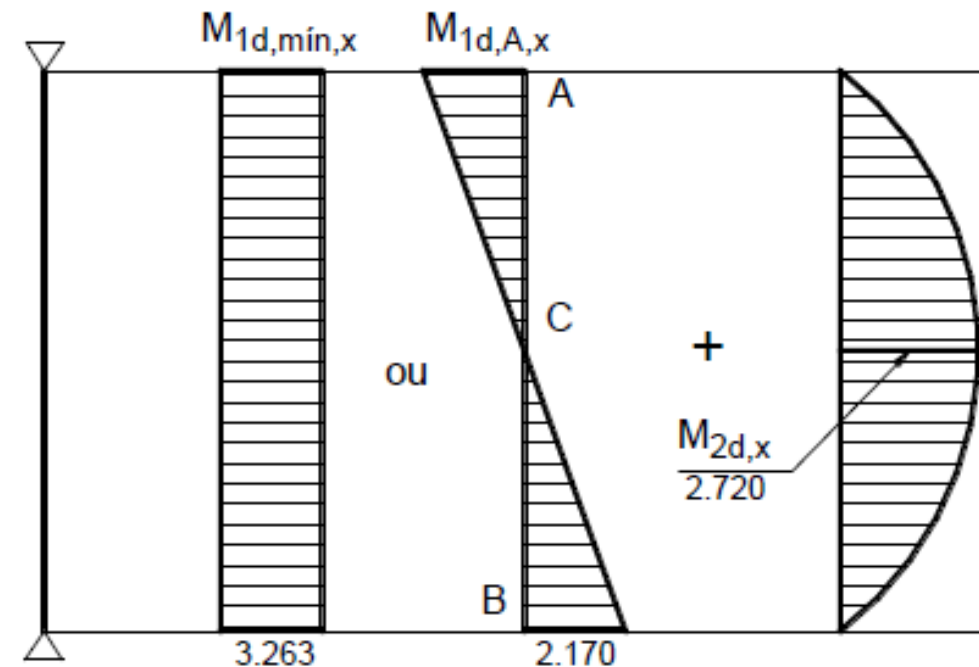
Curvatura aproximada

Direção x Seção intermediária

$$M_{1d,C,x} \geq \begin{cases} 0,6 * M_{1d,A,x} + 0,4 * M_{1d,B,x} = 0,6 * 2170 + 0,4 * (-2170) \\ 0,4 * M_{1d,A,x} = 0,4 * 2170 \end{cases}$$

$$M_{1d,C,x} \geq \begin{cases} 0,6 * M_{1d,A,x} + 0,4 * M_{1d,B,x} = 434 \\ 0,4 * M_{1d,A,x} = 868 \end{cases}$$

$$M_{1d,C,x} = 868 \text{ kN.cm}$$



Resolução

5. Cálculo do momento fletor total

5.1 método do pilar-padrão de curvatura aproximada

Direção x

Momento total

$$M_{1d,C,x} = 868 \text{ kN.cm}$$

porém, não se pode considerar momento fletor menor que o momento fletor mínimo
($M_{1dmín x} = 3263,4 \text{ kN.cm}$), de modo que o momento fletor total na seção intermediária da

dir. x é:

$$M_{d,totx} \geq \begin{cases} M_{1dmín x} + N_{sd} * e_{2x} \\ M_{1d c x} + N_{sd} * e_{2x} \end{cases}$$

$$M_{d,totx} \geq \begin{cases} 868 + 2716,89 = 3584,89 \\ 3263,4 + 2716,89 = 5980,29 \text{ kN.cm} \end{cases} \rightarrow M_{d,tot,x} = 5980,29 \text{ kN.cm}$$

Momento total na seção intermediária

$$M_{d,tot,x} = 5980,29 \text{ kN.cm}$$

Momento total no topo

$$M_{d,tot,x} = 3\,263,4 \text{ kNcm}$$

Qual dos 2 devemos usar para armadura?

Sempre o maior

Resolução

5.2 método do pilar padrão com rigidez κ aproximada

Na direção x

$$19200 * M_{d,tot x}^2 + (3840 * h_x * N_{sd} - \lambda^2 * h_x * N_{sd} - 19200 * \alpha_b * M_{1dAx}) * M_{d,tot x} - 3840 * \alpha_b * h_x * N_{sd} * M_{1dAx} = 0$$

$$a = \frac{19200}{19200} = 1$$

$$b = (3840 * h_x * N_{sd} - \lambda^2 * h_x * N_{sd} - 19200 * \alpha_b * M_{1dAx})/19200$$

$$M_{1dAx} = 2170 \text{ kN.cm} < M_{1d,min x} = 3263,4 \text{ kN.cm}$$

(deve ser usado o maior entre M_{1dAx} e $M_{1d,min x}$)

$$b = (3840 * 20 * 1554 - 48,44^2 * 20 * 1554 - 19200 * 1 * 3263,4)/19200$$

$$b = -845,69$$

Resolução

5.2 método do pilar padrão com rigidez κ aproximada

Na direção x

$$19200 * M_{d,tot x}^2 + (3840 * h_x * N_{sd} - \lambda^2 * h_x * N_{sd} - 19200 * \alpha_b * M_{1dAx}) * M_{d,tot x} - 3840 * \alpha_b * h_x * N_{sd} * M_{1dAx} = 0$$

$$c = (-3840 * \alpha_b * h_x * N_{sd} * M_{1d,min x}) / 19200$$

$$c = (-3840 * 1 * 20 * 1554 * 3263,4) / 19200$$

$$c = -20\ 285\ 294,4$$

$$M_{d,tot x}^2 - 845,69 * M_{d,tot x} - 20\ 285\ 294,4 = 0$$

Resolução

5.2 método do pilar padrão com rigidez κ aproximada

Na direção x

$$M_{d,tot x}^2 - 845,69 * M_{d,tot x} - 20\ 285\ 294,4 = 0$$

$$M_{d,tot x} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4*a*c}}{2*a}$$

$$M_{d,tot x} = \frac{-(-845,69) \pm \sqrt{(-845,69)^2 - (4*1*-20\ 285\ 294,4)}}{2}$$

Resolução

5.2 método do pilar padrão com rigidez κ aproximada

Na direção x

$$M_{d,tot x}^2 - 845,69 * M_{d,tot x} - 20\ 285\ 294,4 = 0$$

$$M_{d,tot x 1} = \frac{-(-845,69)+9047,45}{2}$$

$$M_{d,tot x 1} = 4946,57 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot x 2} = \frac{-(-845,69)-9047,45}{2}$$

$$M_{d,tot x 2} = -4100,88 \text{ kN.cm}$$

Resolução

6. Cálculo da armadura longitudinal

(A armadura do pilar é determinada por meio do maior momento obtido)

$$\mu_x = \nu * \frac{e_x}{h_x}$$

$$\mu_x = \nu * \frac{(e_{1minx} + e_{1x})}{h_x}$$

$$\mu_x = 0,62 * \frac{(2,1 + 1,75)}{20}$$

$$\mu_x = 0,12$$

OU

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot x}}{h_x * A_c * f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{5982,9}{20 * 20 * 70 * \left(\frac{2,5}{1,4}\right)}$$

$$\mu_x = 0,12$$

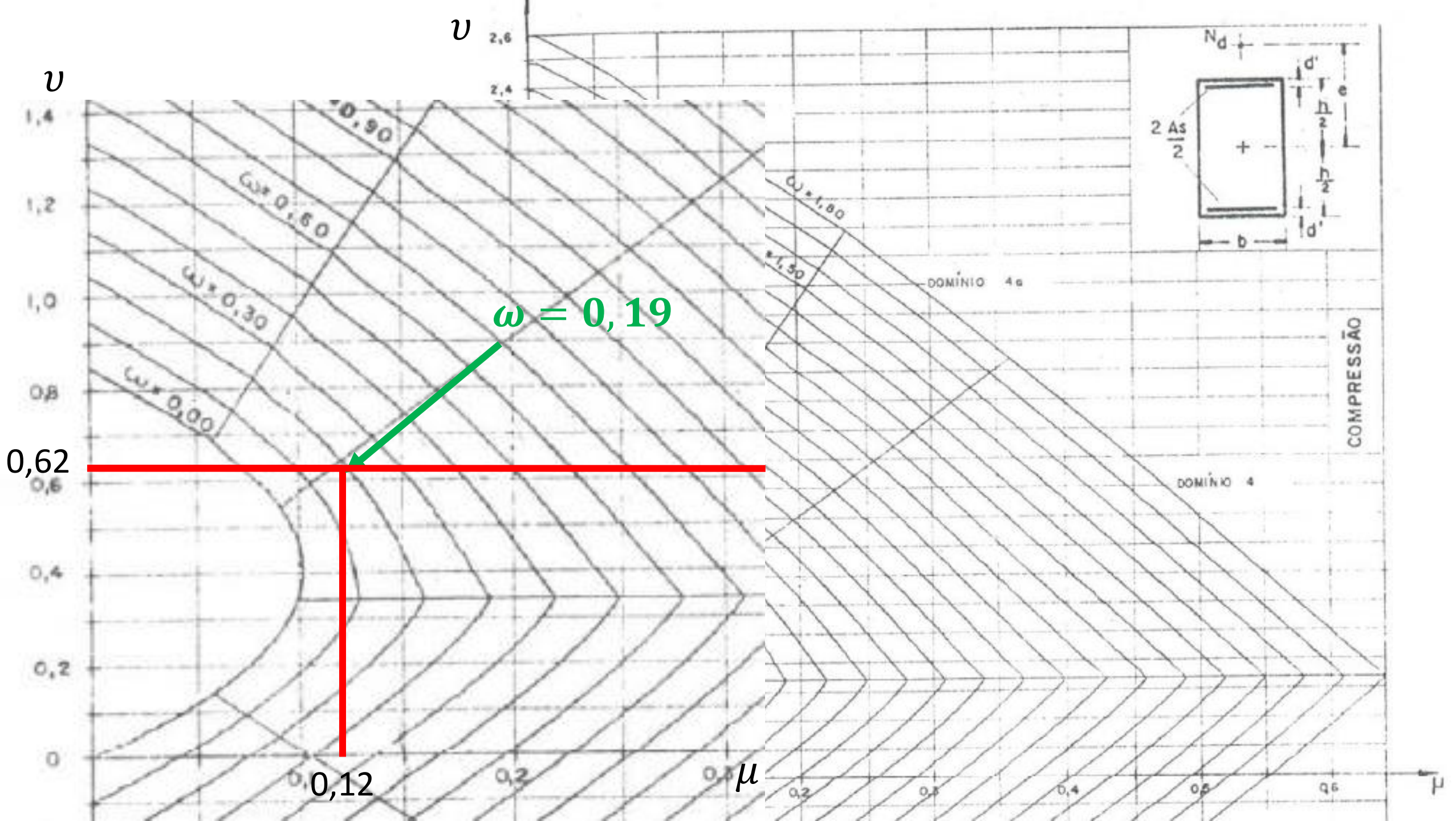
Resolução

6. Cálculo da armadura longitudinal

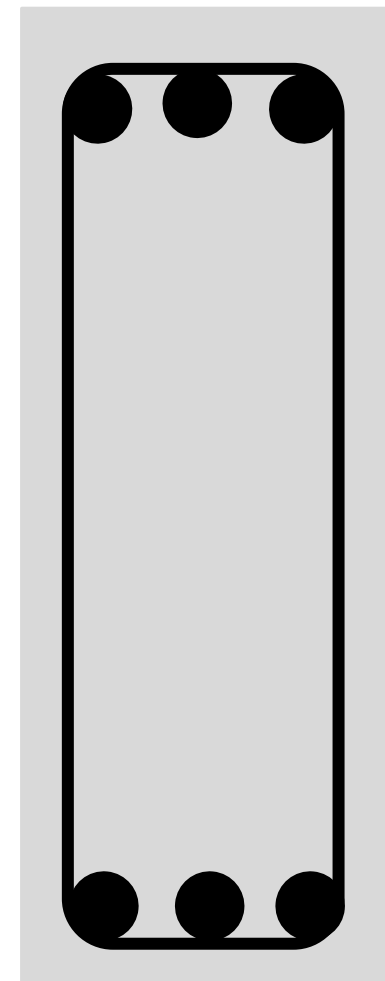
(A armadura do pilar é determinada por meio do maior momento obtido)

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4}{20}$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = 0,2$$

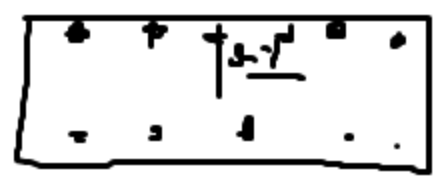


Posição da armadura conforme Ábaco A9



χ

ÁBACO A-5



χ



$\gamma_s = 1,15$

$d'/h = 0,25$



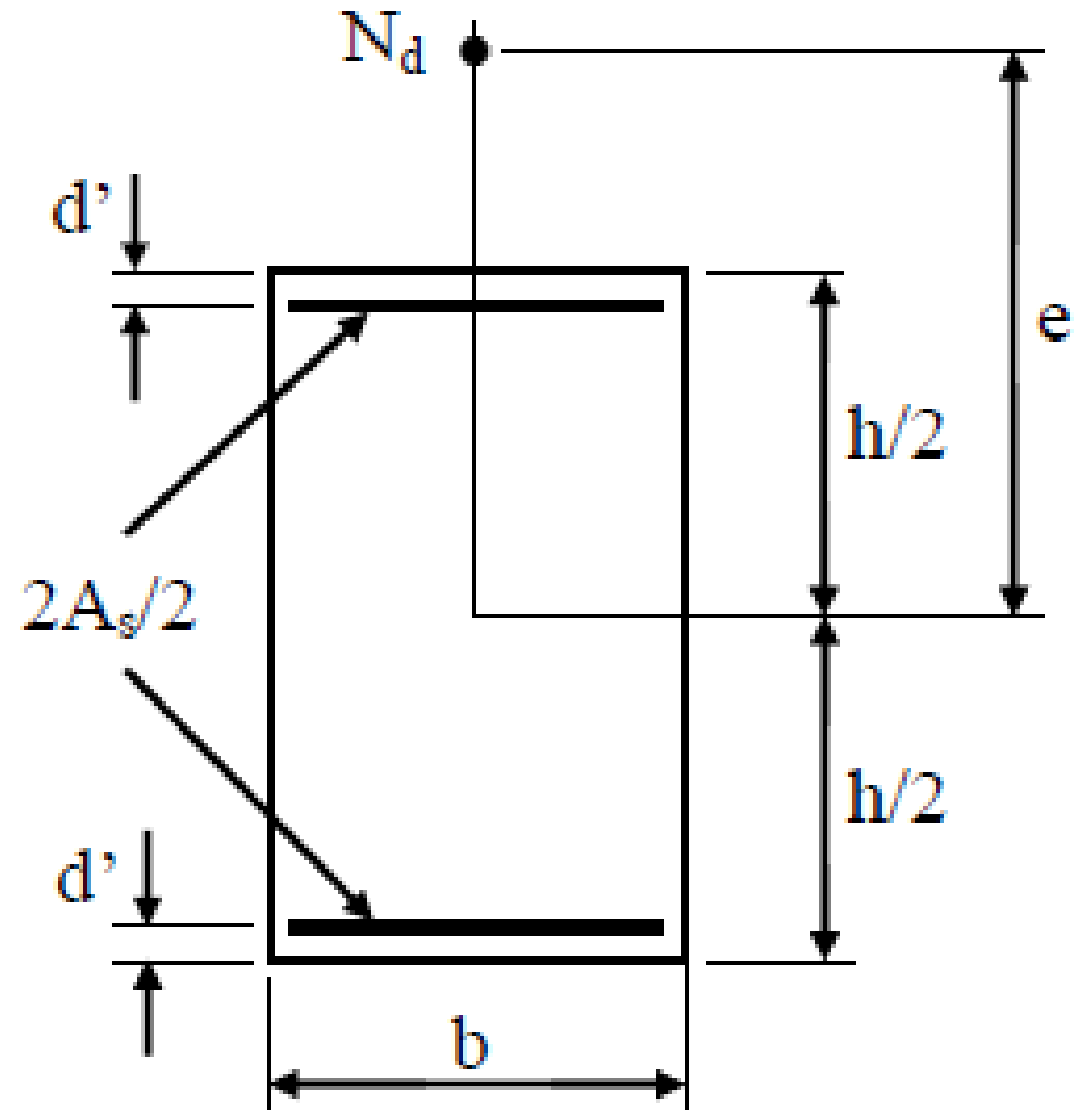
Resolução

6. Cálculo da armadura longitudinal

$$A_s = \frac{\omega * A_c * f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{0,19 * 20 * 70 * \left(\frac{2,5}{1,4}\right)}{\left(\frac{50}{1,15}\right)}$$

$$A_s = 10,925 \text{ cm}^2$$



Resolução

Armadura longitudinal

A armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{smin} = \left(0,15 * \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 * A_c$$

$$A_{smin} = \left(0,15 * \frac{1554}{50/1,15} \right)$$

$$A_{smin} = 5,36 \text{ cm}^2$$

$$0,004 * A_c = 0,004 * 20 * 70$$

$$0,004 * A_c = 5,6 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 5,36 \text{ cm}^2 < 5,6 \text{ cm}^2$$

Área de aço mínima adotada

$$A_{smin} = 5,6 \text{ cm}^2$$

Resolução

Armadura longitudinal

$$A_{sm\acute{a}x} = 8\% * A_c$$

$$A_{sm\acute{a}x} = 8\% * 20 * 70$$

$$A_{sm\acute{a}x} = 112 \text{ cm}^2$$

Como a área de aço calculada foi de $A_s = 10,925 \text{ cm}^2$

$$A_{smin} = 5,6 \text{ cm}^2 < A_s = 10,925 \text{ cm}^2 < A_{sm\acute{a}x} = 112 \text{ cm}^2$$

Usar a área de aço calculada para determinar a armadura

$$\rightarrow A_s = 10,925 \text{ cm}^2$$

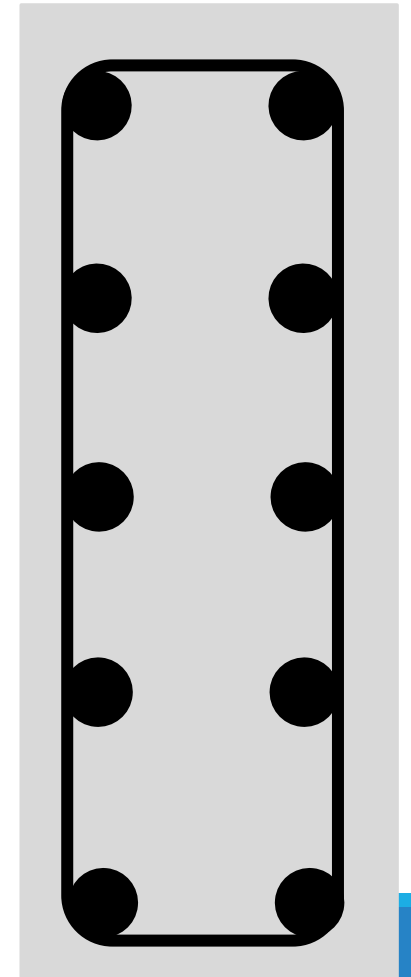
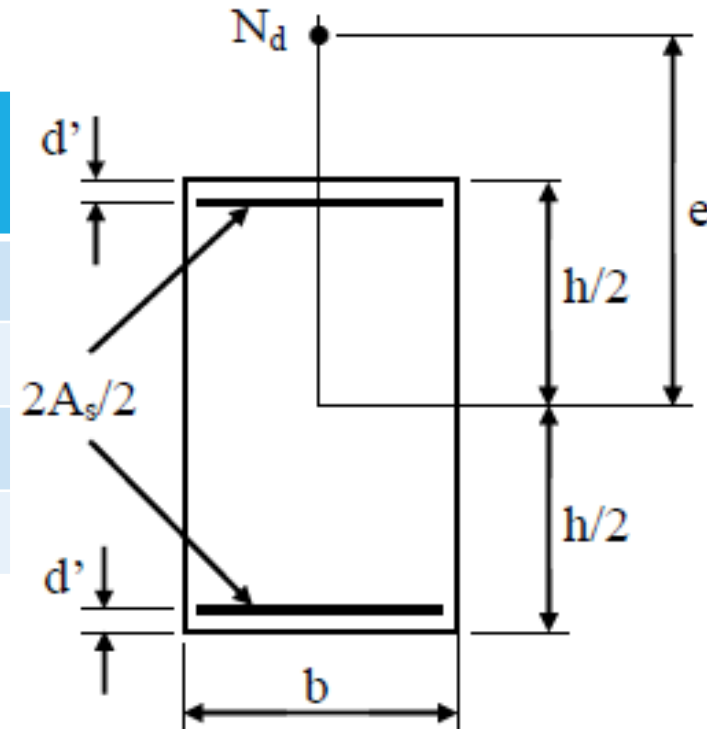
Resolução

6. Cálculo da armadura longitudinal

$$A_s = 10,925 \text{ cm}^2$$

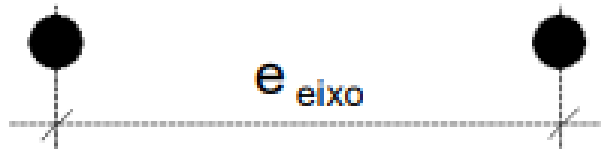
Serão 2 camadas de barras de aço e metade da A_s vai para cada camada

Diâmetro (mm)	Área unitária (A_{uni}) (cm ²)	Número de barras
10	0,78	$10,925/0,78=14$
12,5	1,22	$10,925/1,22=9$
16	2,01	$10,925/2,01=6$
20	3,14	$10,925/3,14=4$



Resolução

Espaçamento máximo



$$e \leq \begin{cases} 400\text{mm} \\ 2 \times \text{menor dimensão da seção} \end{cases}$$

400 mm ou $2 \times 20 = 40$ cm

Espaçamento máximo entre centro a centro de cada barra é de 40 cm

Resolução

Espaçamentos

Para uma armadura longitudinal: $10\phi 12,5 \text{ mm}$

a) 20 mm;

b) diâmetro da barra: $12,5 \text{ mm}$

c) 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo (considerar concreto com brita 1):

$$1,2 * 19 \text{ mm} = 22,8 \text{ mm}$$

Dessa forma o menor espaçamento entre face a face das barras é de 2,28 cm